

Уральский Государственный Лесотехнический
Университет



СИСТЕМЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Лабунец В.Г.



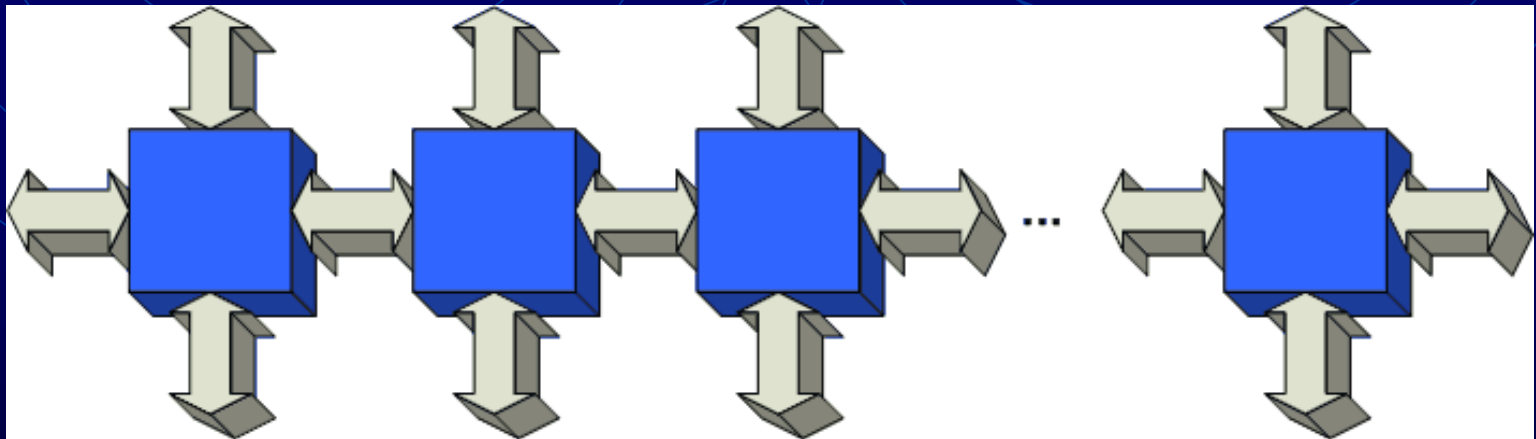
Екатеринбург - 2020



**МОДУЛЬ 2. КЛЕТОЧНЫЕ
АВТОМАТЫ НА НЕЙРОННЫХ
СЕТЯХ С МНОГОЗНАЧНОЙ,
НЕЧЕТКОЙ И КВАНТОВОЙ
ЛОГИКАМИ**

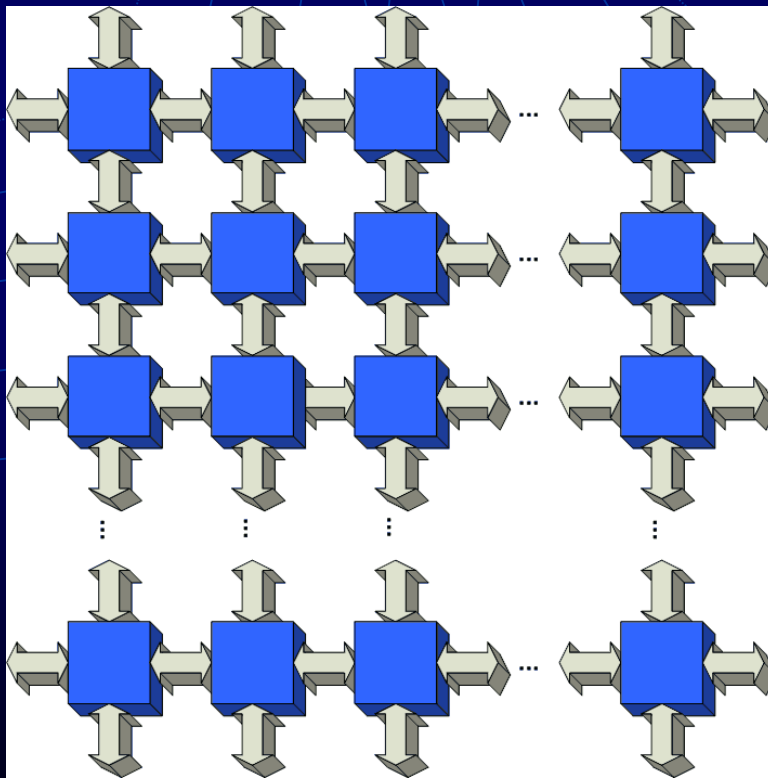
Одномерный клеточный автомат

Клеточный автомат – пространственно–распределенная динамическая система, состоящая из взаимодействующих соседних клеток-автоматов. Простейший пример КА – одно-мерный клеточный автомат.

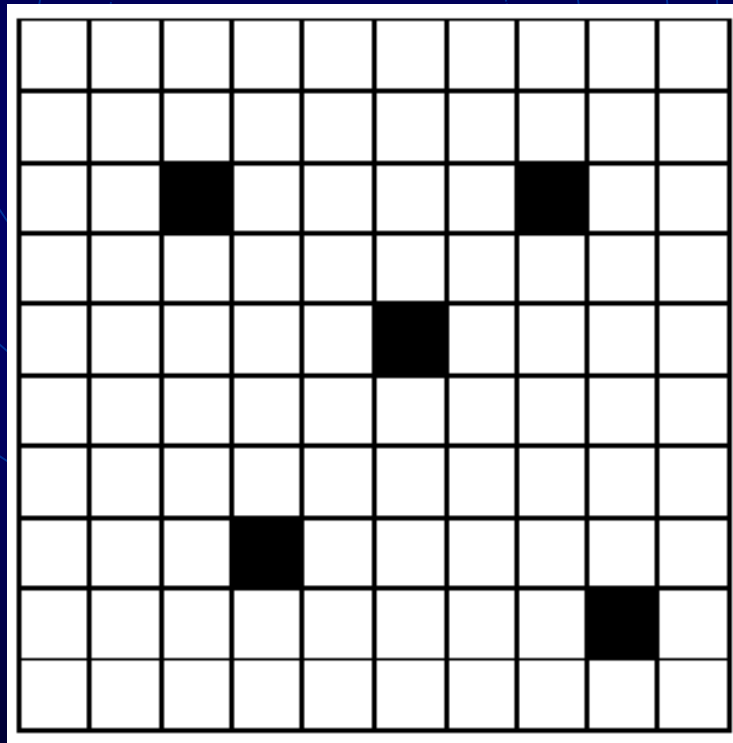


Двумерный клеточный автомат

Двумерный клеточный автомат представляет собой двумерную пространственно-распределенную динамическую систему, ячейки-автоматы которой расположены в узлах двумерной целочисленной решетки



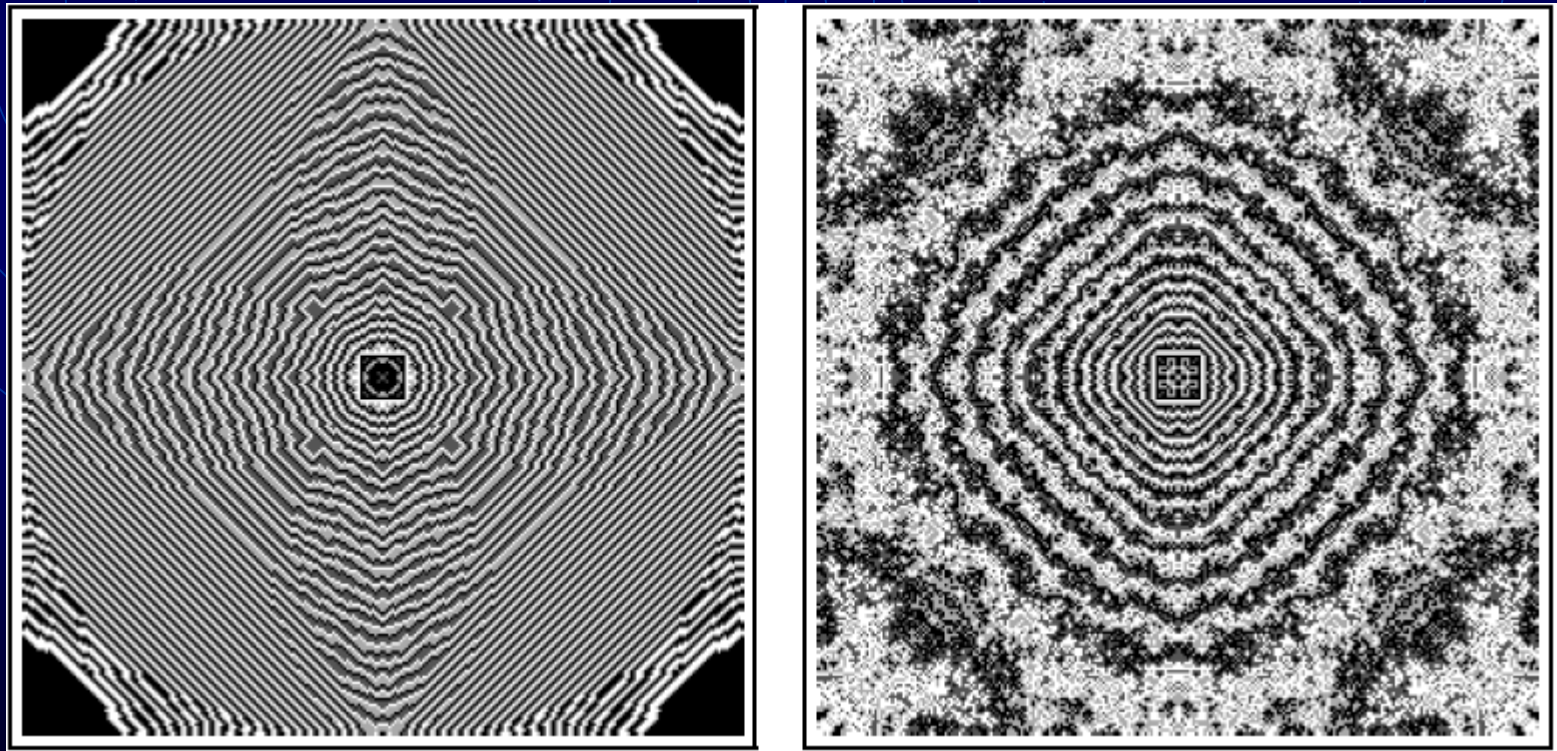
Двумерная решетка бинарного клеточного автоматов



- Двумерная решетка бинарного клеточного автомата состоит из ячеек-автоматов каждый из которых может находиться в двух состояниях
0 (белая ячейка)
или
1 (черная ячейка)

Возбуждение клеточного автомата

В процессе функционирования по двумерному клеточному автомату распространяется двумерная волна возбуждения



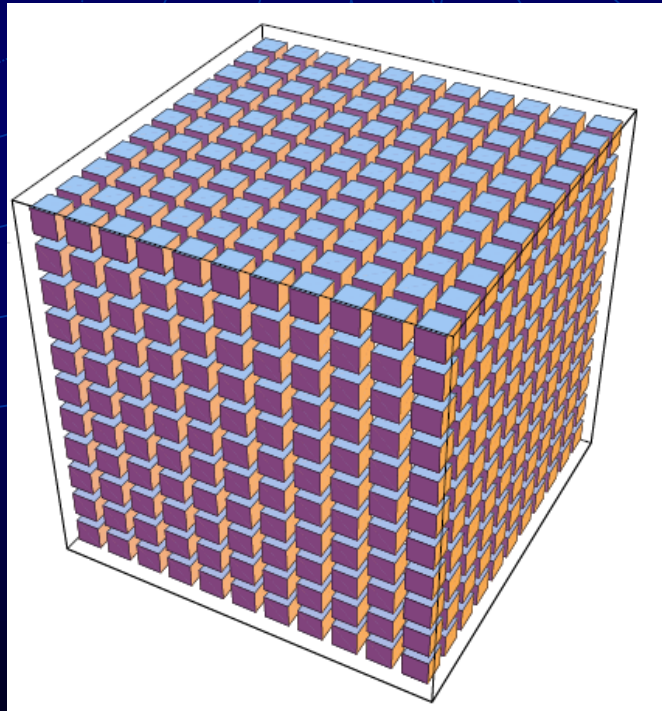
Природные стоячие пространственные волны возбуждения

Существует гипотеза, согласно которой красочные узоры на шкурах животных представляют собой стоячие пространственные волны возбуждения



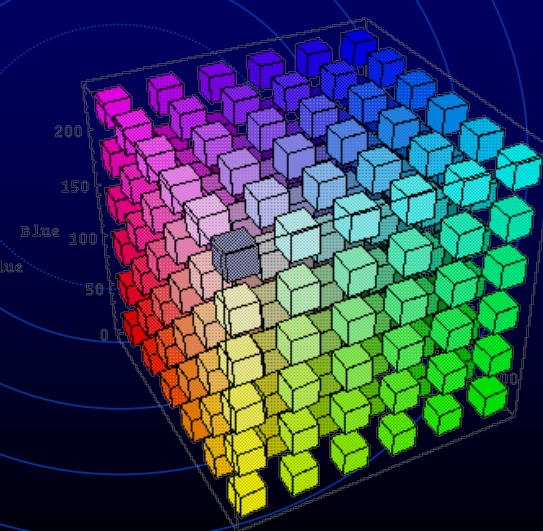
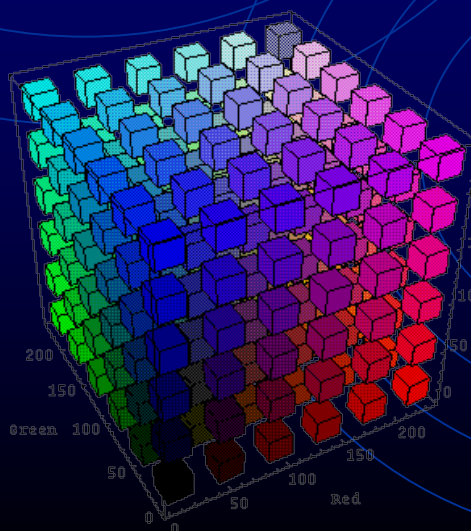
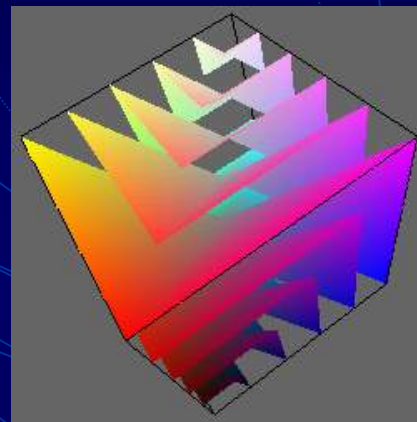
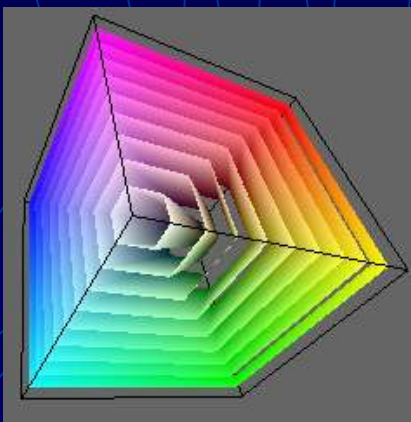
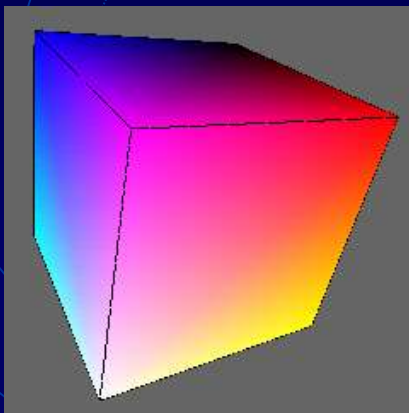
Трехмерный клеточный автомат

Трехмерный клеточный автомат представляет собой трехмерную пространственно-распределенную динамическую систему, ячейки-автоматы которой расположены в узлах трехмерной целочисленной решетки



Возбуждение клеточного автомата

В процессе функционирования по трехмерному клеточному автомату распространяется трехмерная волна возбуждения



Определение клеточного автомата

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ определяется как четвертка $\text{CellAut} = (L, S, N, \Psi)$ следующих объектов:

Решетка клеток-автоматов $L = \{C(i, j) \mid i = 0, 1, \dots, m-1, j = 0, 1, \dots, m-1\}$

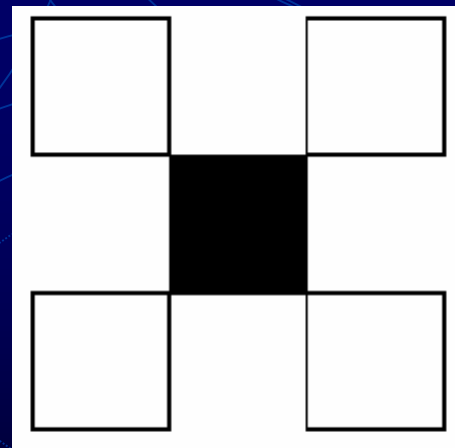
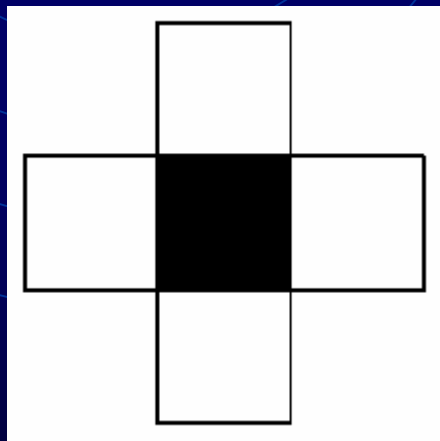
Множество состояний $S = \{0, 1, 2, \dots, r-1\}$, в которых может находиться каждая клетка-автомат. Состояние клетки $C(i, j)$ в момент времени t обозначается как $s(t \mid i, j)$

Множество соседей $\{NC(i, j)\}$, окружающих клетку-автомат $C(i, j)$ и оказывающих через каналы связи влияние на поведение клетки $C(i, j)$

Ψ -- закон функционирования клеточного автомата, который определяет состояние $s(t+1, i, j)$ каждой клетки $C(i, j)$ в момент времени $t+1$ в зависимости от ее состояния $s(t, i, j)$ и состояний ее соседей $\{Ns(i, j)\}$ в предыдущий момент времени t

Соседство по фон Нейману

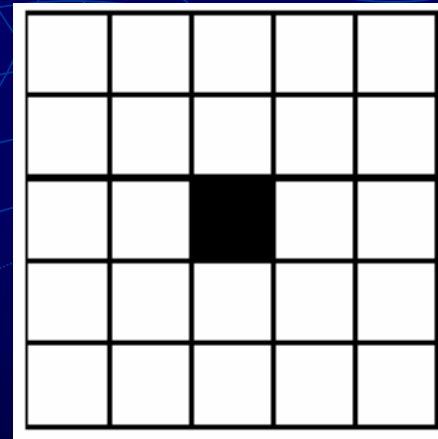
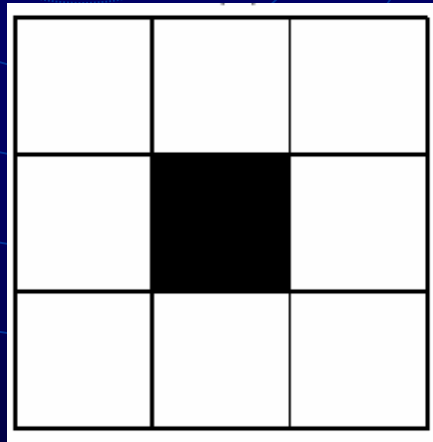
Соседи – это те клетки-автоматы, которые окружают данную клетку-автомат и оказывают влияние на ее функционирование. За счет этого влияния по клеточному автомату распространяются волны возбуждения, тип и форма которых зависит от законов взаимовлияния клеток-автоматов друг на друга



$$NC(i, j) = \{C(k, l) \mid |k - i| + |l - j| \leq 1\}$$

Соседство по Муру

Соседями могут считаться клетки-автоматы, расположенные вокруг данной клетки на любом расстоянии. Если соседи расположены на расстоянии 1, то клеточный автомат может быть описан нелинейным разностным уравнением первого порядка, если на расстоянии 2, то -- нелинейным разностным уравнение второго порядка и т.д.

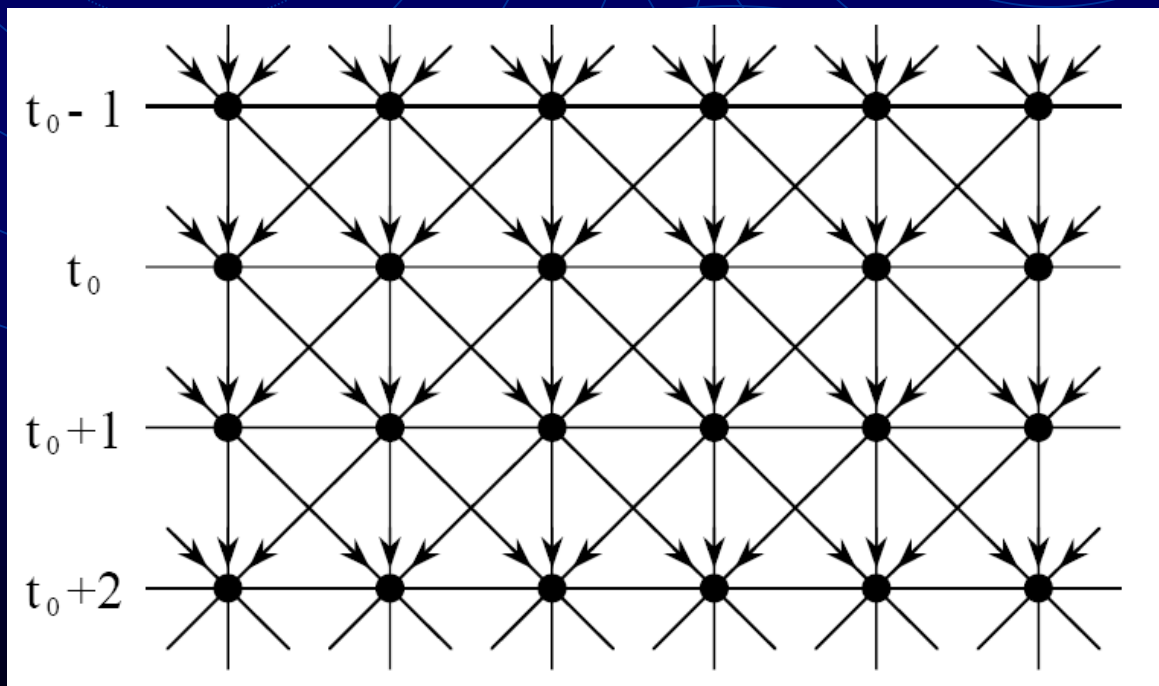


- $NC(i, j) = \{C(k, l) \mid |k - i| \leq 1 \text{ и } |l - j| \leq 1\}$

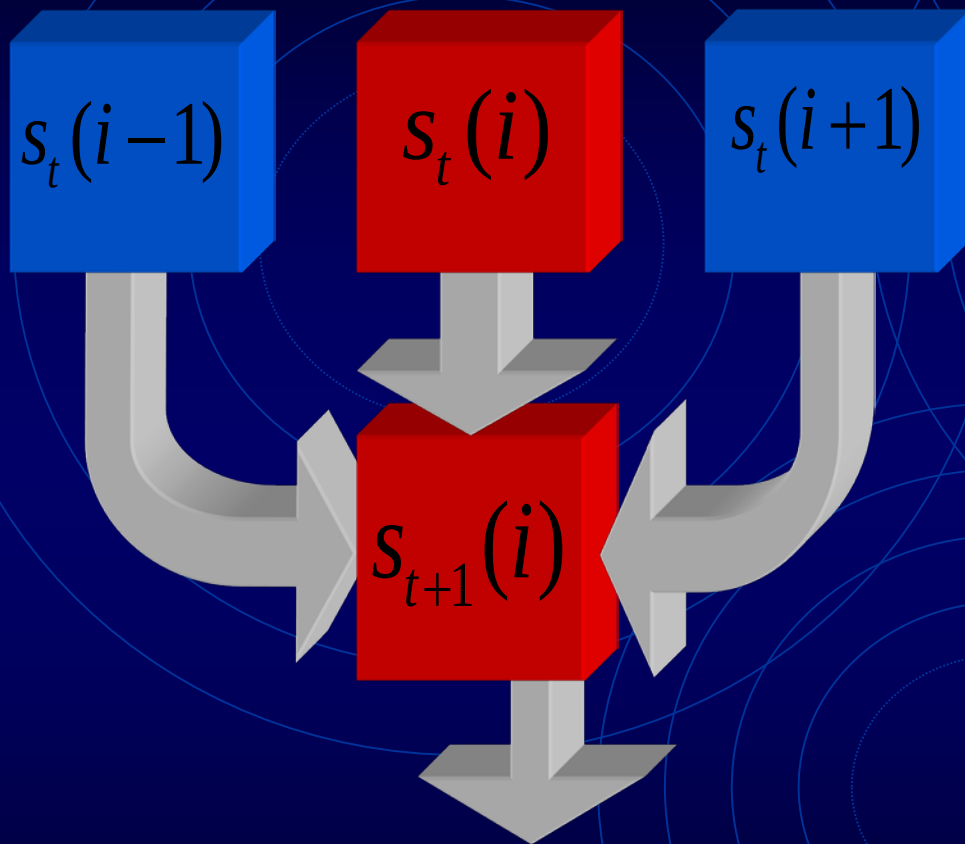
- $NC(i, j) = \{C(k, l) \mid |k - i| \leq 2 \text{ и } |l - j| \leq 2\}$

Законы функционирования одномерного клеточного автомата

Клеточный автомат — пространственно–распределенная динамическая система, состоящая из взаимодействующих соседних клеток-автоматов.



Локальная переходная функция



$$y = \Phi [x_1, x_2, x_3]$$

Существует $2^{2^3} = 256$ булевых функций от трех переменных

Существует $2^{2^3} = 256$ типов одномерных клеточных бинарных автоматов

Существует k^{k^3} типов одномерных клеточных k -значных автоматов

$$s_{t+1}(i) = \Phi \left[\boxed{s_t(i-1)}, \boxed{s_t(i)}, \boxed{s_t(i+1)} \right]$$

Локальная переходная функция двумерного клеточного автомата

$$s_{t+1}(i, j) = \Phi \left[\begin{array}{ccc} \square & s_t(i-1, j) & \\ s_t(i, j-1) & s_t(i, j) & s_t(i, j+1) \\ \square & s_t(i+1, j) & \square \end{array} \right]$$

$$y = \Phi [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$$

$$s_{t+1}(i, j) = \Phi \left[\begin{array}{ccc} s_t(i-1, j-1) & \square & s_t(i-1, j+1) \\ \square & s_t(i, j) & \square \\ s_t(i+1, j-1) & \square & s_t(i+1, j+1) \end{array} \right]$$

$$y = \Phi [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$$

$$s_{t+1}(i, j) = \Phi \left[\begin{array}{ccc} s_t(i-1, j-1) & s_t(i-1, j) & s_t(i-1, j+1) \\ s_t(i, j-1) & s_t(i, j) & s_t(i, j+1) \\ s_t(i+1, j-1) & s_t(i+1, j) & s_t(i+1, j+1) \end{array} \right]$$

$$y = \Phi [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9]$$

Номер закона функционирования

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \in B_2^n(1)} a_{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_n^{\sigma_n} \quad x^\sigma = \begin{cases} x, & \sigma = 1 \\ \bar{x}, & \sigma = 0 \end{cases}$$

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \bigvee_{(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \in B_2^3} a_{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3} x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} x_3^{\sigma_3}$$

$$(a_{000}, a_{001}, a_{010}, a_{011}, a_{100}, a_{101}, a_{110}, a_{111}) = (a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7)$$

$$N(\Phi) = \sum_{k=0}^7 a_k 2^k = 0, 1, \dots, 255$$

$$N(\Phi) = \sum_{\langle \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n \rangle_{10} = 0}^{2^n - 1} a_{\langle \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n \rangle_{10}} 2^{\langle \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n \rangle_{10}} = 0, 1, \dots, 2^{2^n} - 1$$

Клеточные автоматы с булевой логикой

Пример 1

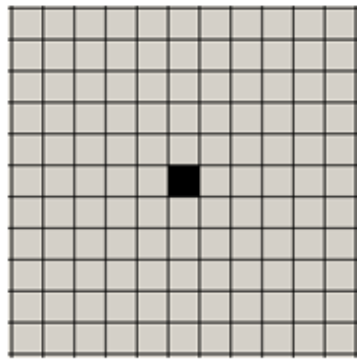


Рис. 1 (Начальные условия)

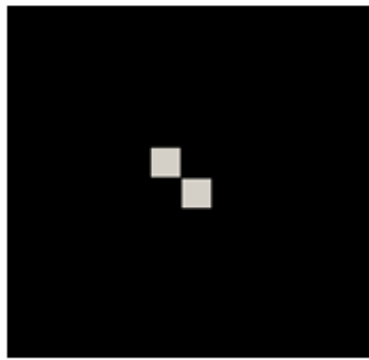


Рис. 2 (2-ой шаг)

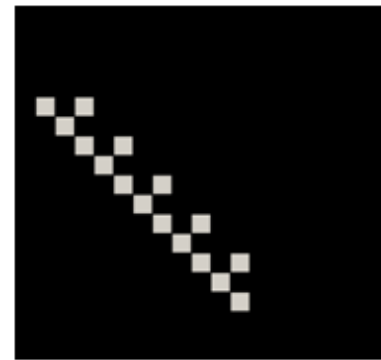


Рис. 3 (11-ый шаг)



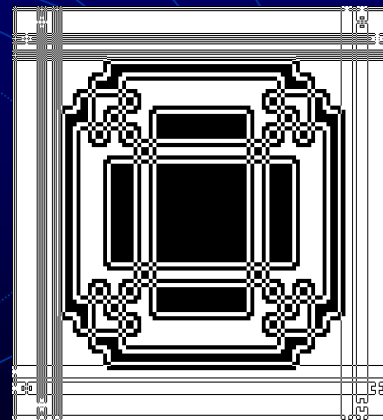
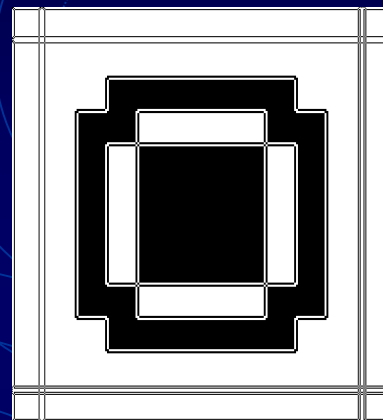
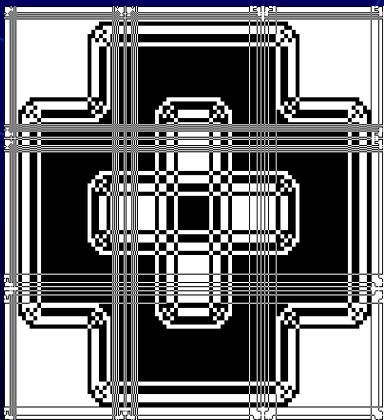
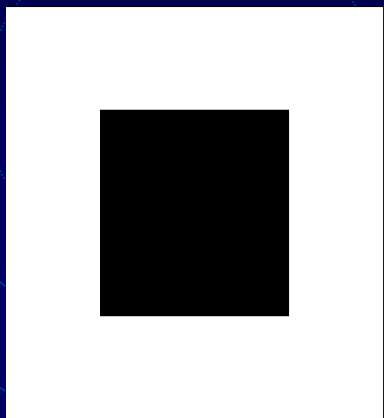
Рис. 4



Рис. 5

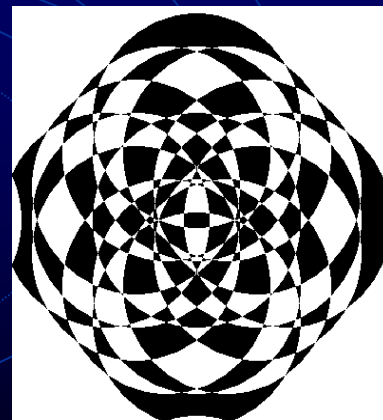
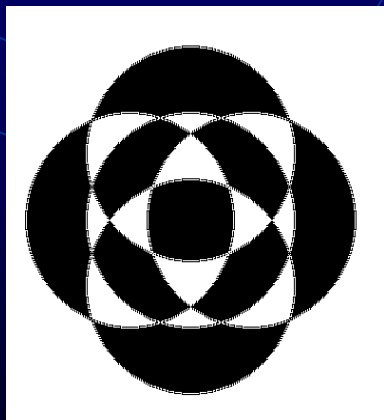
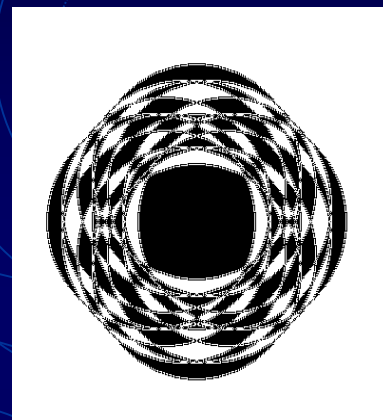
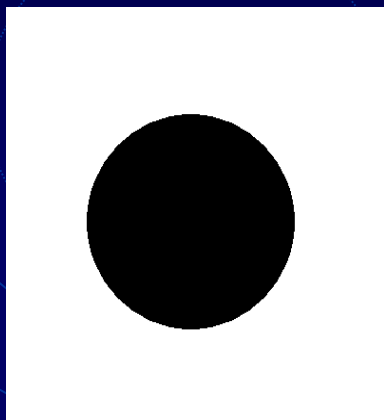
Клеточные автоматы с булевой логикой

Пример 2



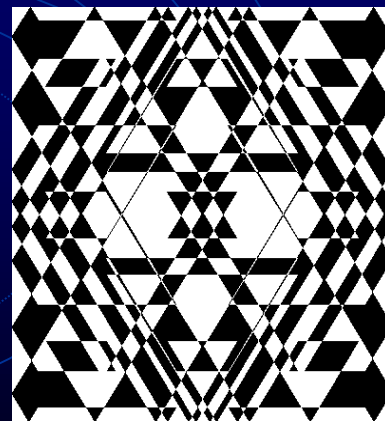
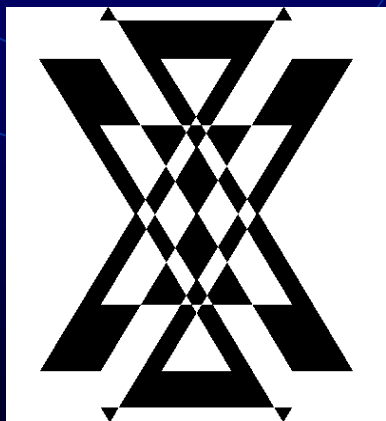
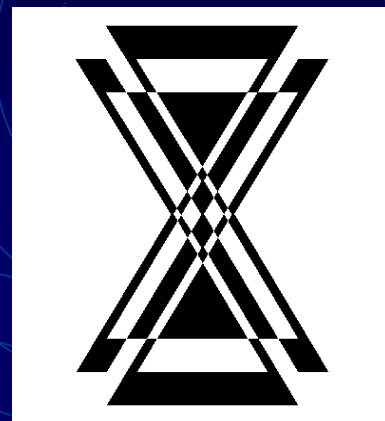
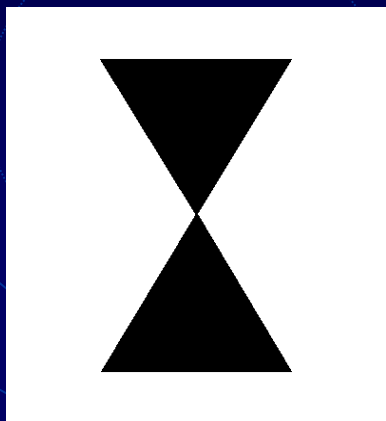
Клеточные автоматы с булевой логикой

Пример 3



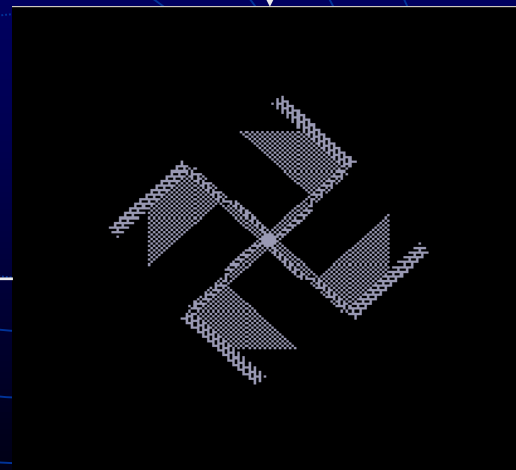
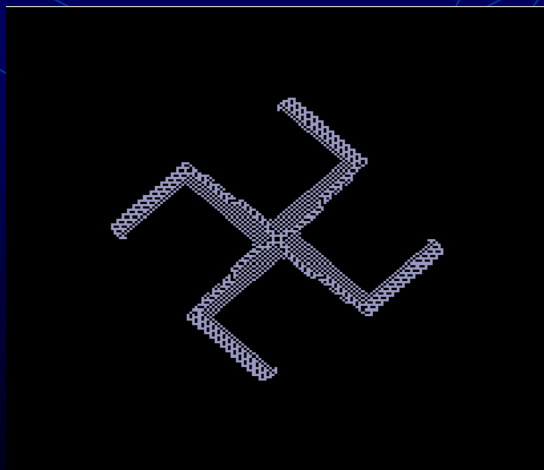
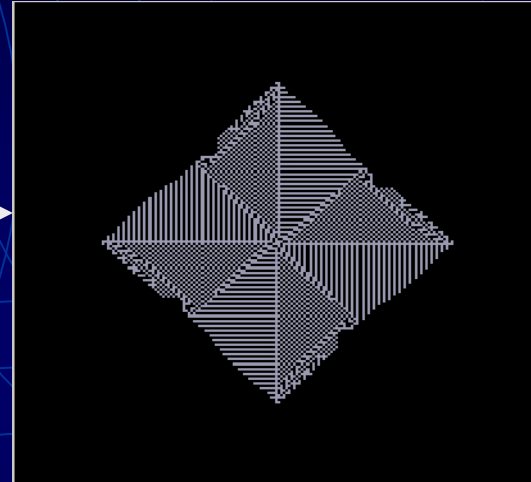
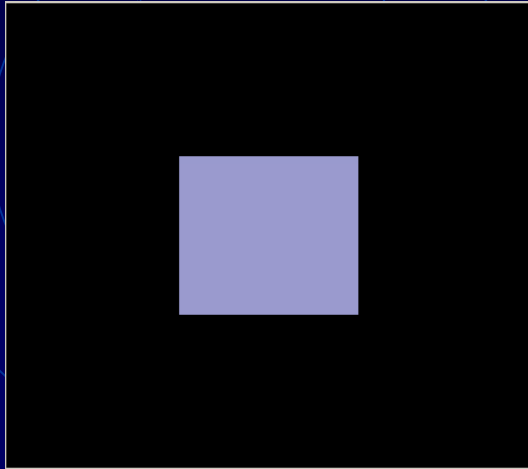
Клеточные автоматы с булевой логикой

Пример 4

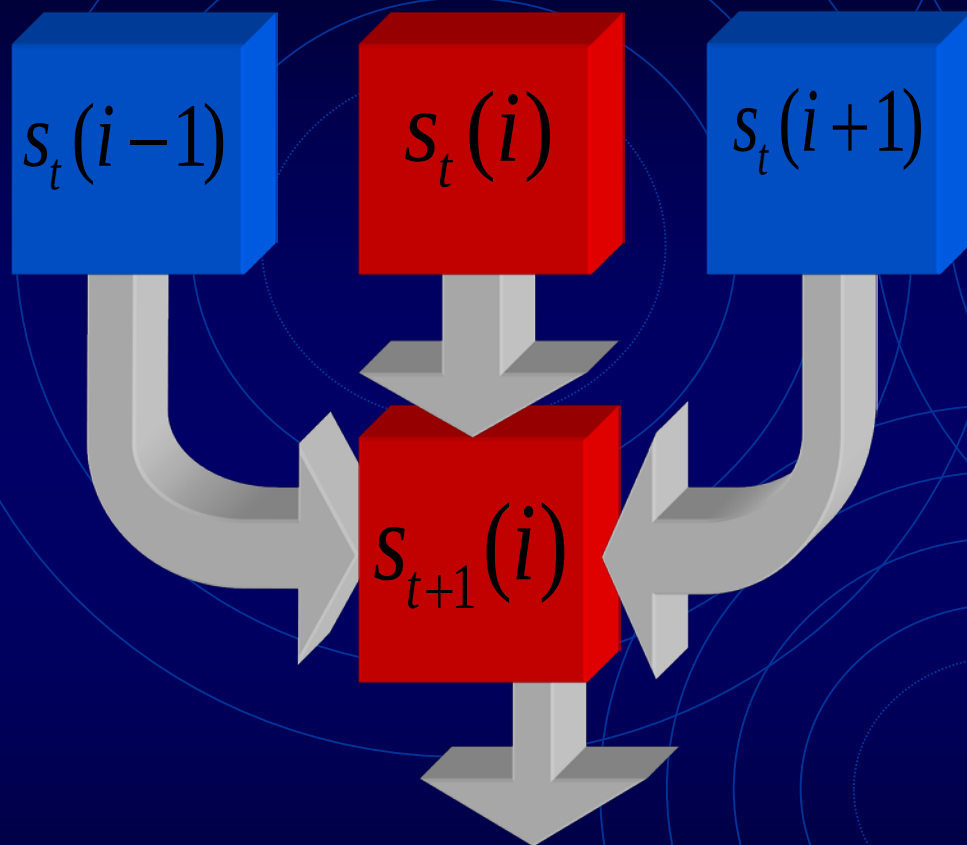


Клеточные автоматы с булевой логикой

Пример 5



Локальная переходная функция



$$y = \Phi [x_1, x_2, x_3]$$

Существует $2^{2^3} = 256$ булевых функций от трех переменных

Существует $2^{2^3} = 256$ типов одномерных клеточных бинарных автоматов

Существует k^{k^3} типов одномерных клеточных k -значных автоматов

$$s_{t+1}(i) = \Phi \left[\boxed{s_t(i-1)}, \boxed{s_t(i)}, \boxed{s_t(i+1)} \right]$$

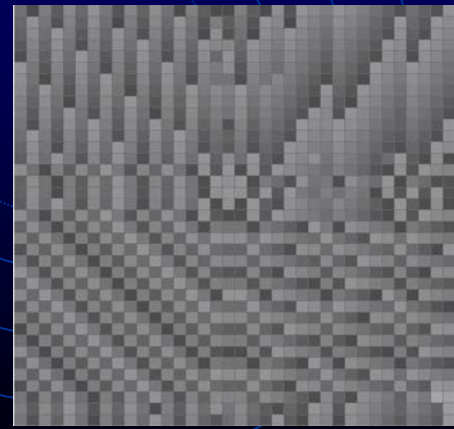
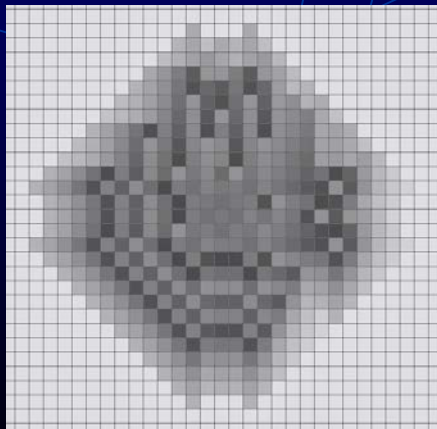
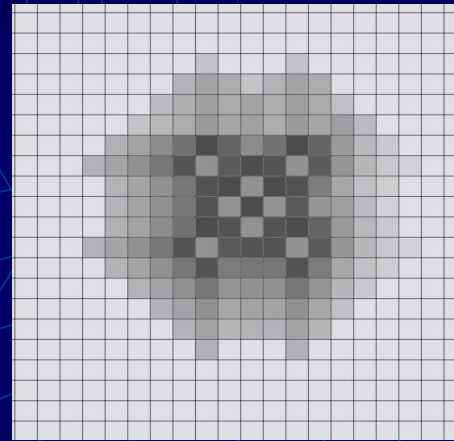
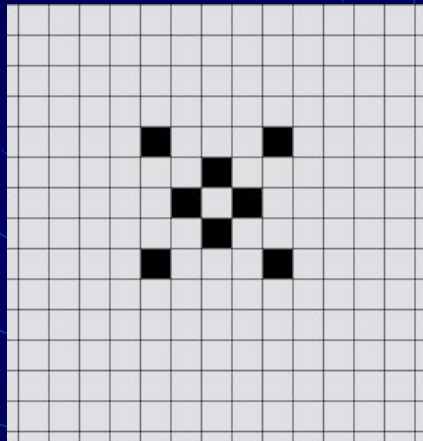
Непрерывные классические логики

	Lukasiewicz p - logic	Zadeh logic	CFMS logic
$\bar{x}$	$1 - x$	$1 - x$	$1 - x$
$x \wedge y$	$\sqrt[p]{\max\{0, x^p + y^p - 1\}}$	$\min\{x, y\}$	$x \cdot y$
$x \vee y$	$\min\{1, \sqrt[p]{x^p + y^p}\}$	$\max\{x, y\}$	$\min\{1, x + y\}$
$x \Rightarrow y$	$\begin{cases} 1, & x \leq y, \\ 1 - x^p + y^p, & x > y \end{cases}$	$\max\{1 - x, y\}$	$\min\{1, 1 - x + y\}$

	Gödel logic	Product logic	Probabilistic logic
$\bar{x}$	$\begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$	$1 - x$
$x \wedge y$	$\min\{x, y\}$	$x \cdot y$	$x \cdot y$
$x \vee y$	$\max\{x, y\}$	$x + y - x \cdot y$	$x + y - x \cdot y$
$x \Rightarrow y$	$\begin{cases} 1, & x \leq y, \\ y, & x > y \end{cases}$	$\begin{cases} 1, & x \leq y, \\ x / y, & x > y \end{cases}$	$y - x + x \cdot y$

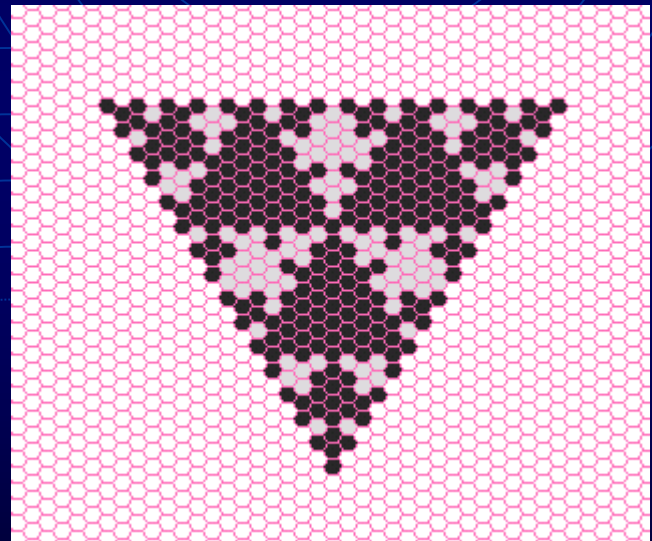
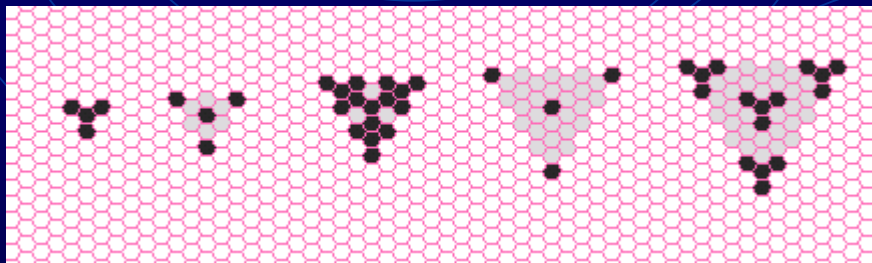
Континуальные автоматы с нечеткой логикой Заде

Функция номер 12345



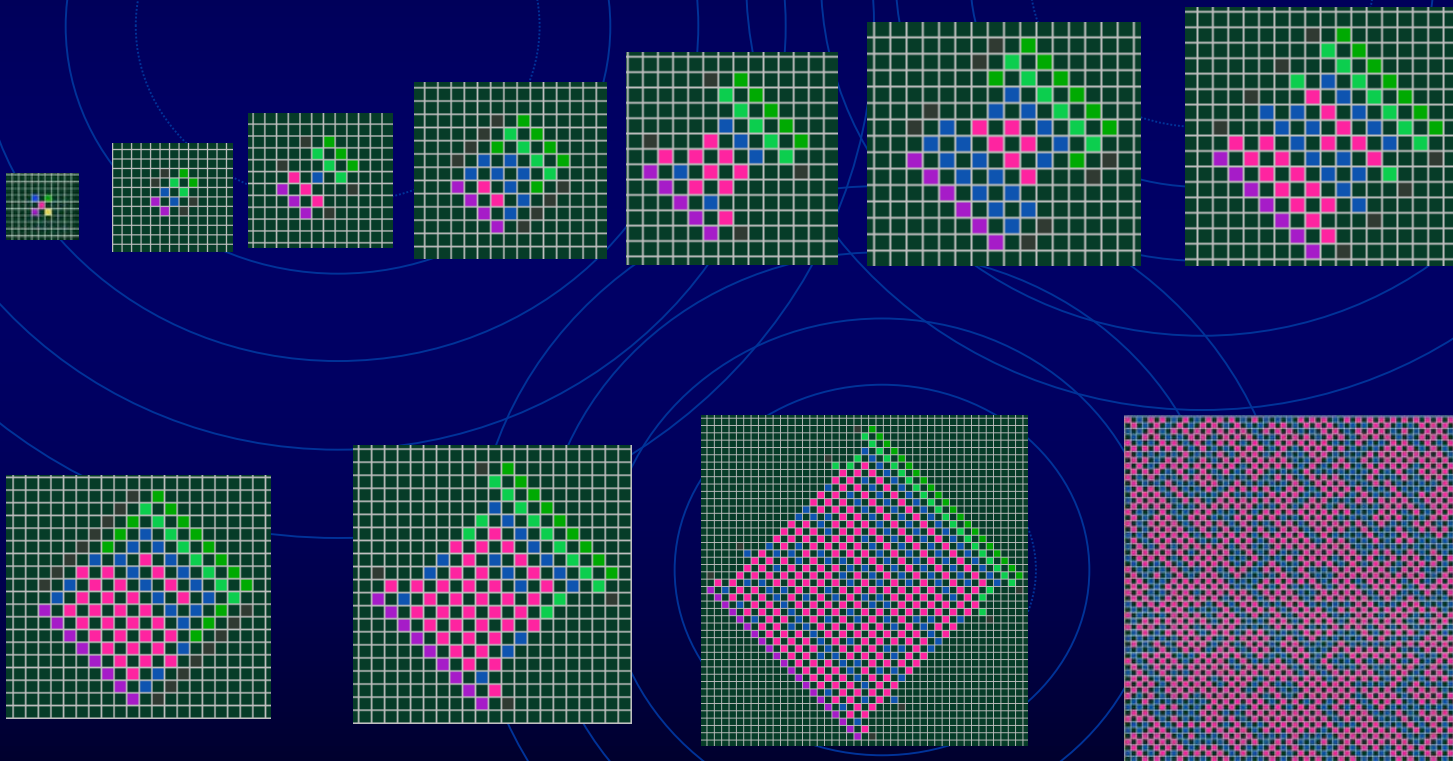
Континуальные автоматы с нечеткой логикой Заде

Гексагональная решетка



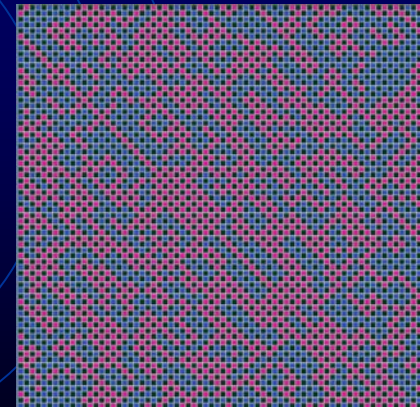
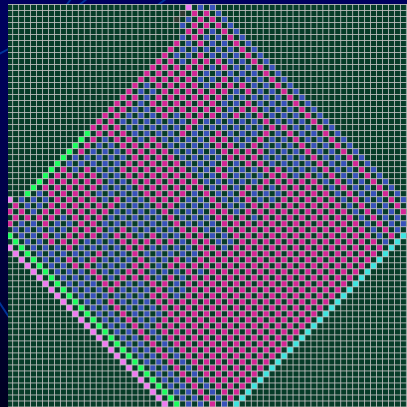
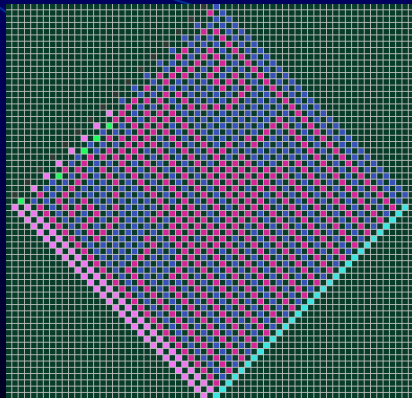
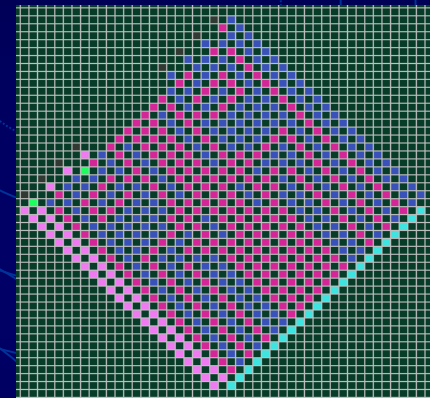
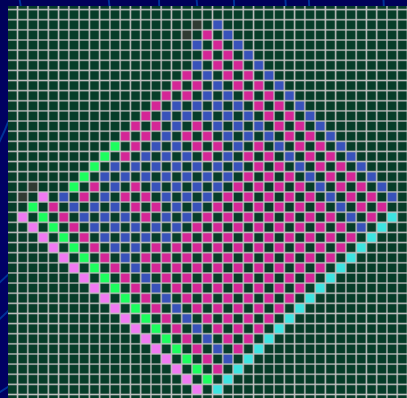
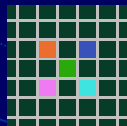
Континуальные автоматы с нечеткой логикой Заде

Функция номер 328476



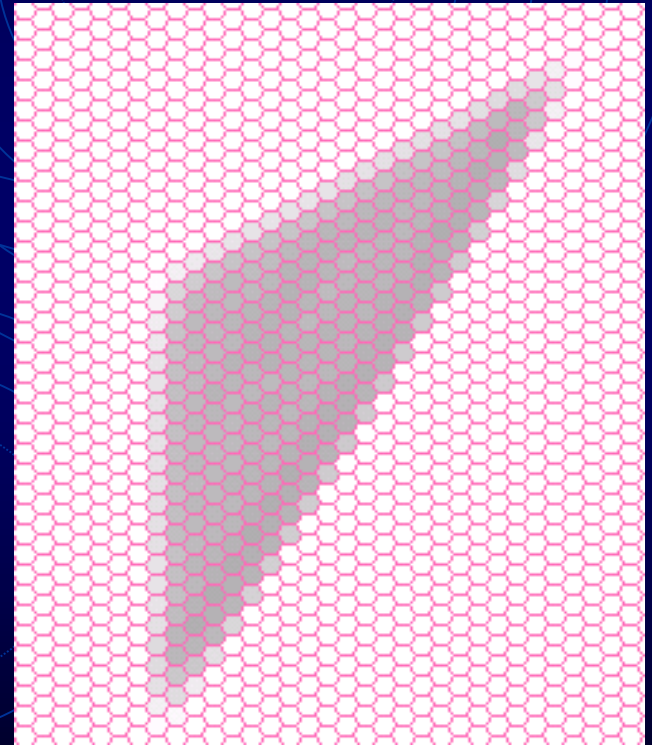
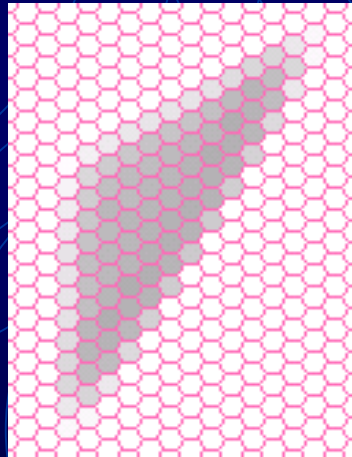
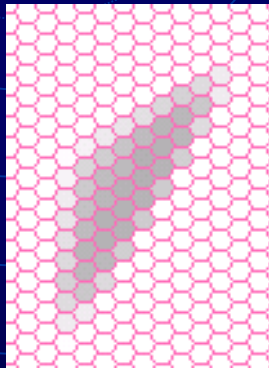
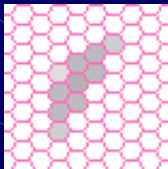
Континуальные автоматы с нечеткой логикой Заде

Функция номер 463284



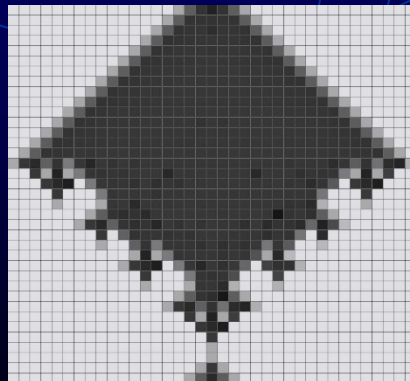
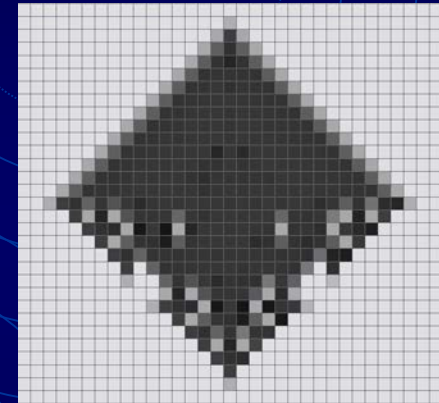
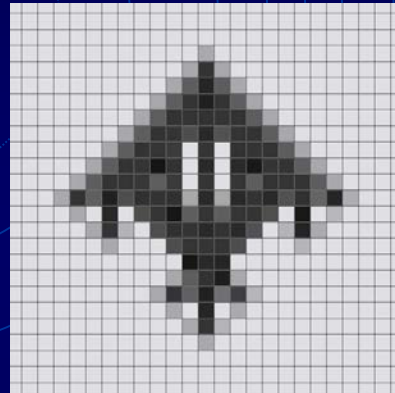
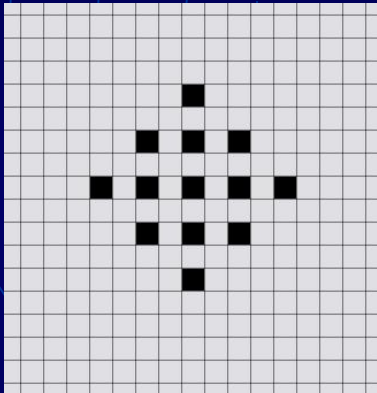
Континуальные автоматы с нечеткой Min-Max логикой

Функция номер 12345



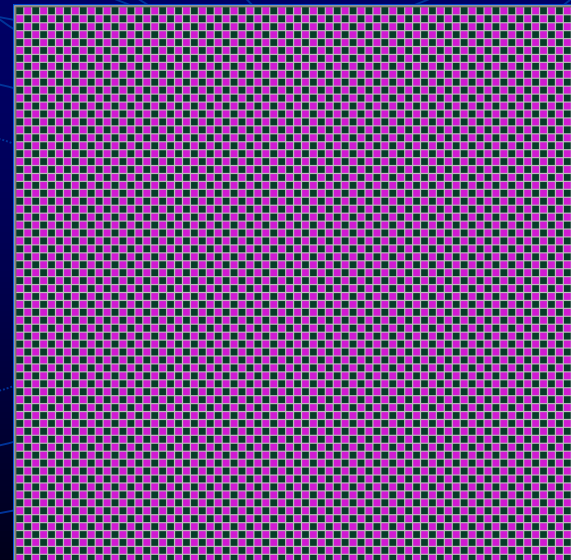
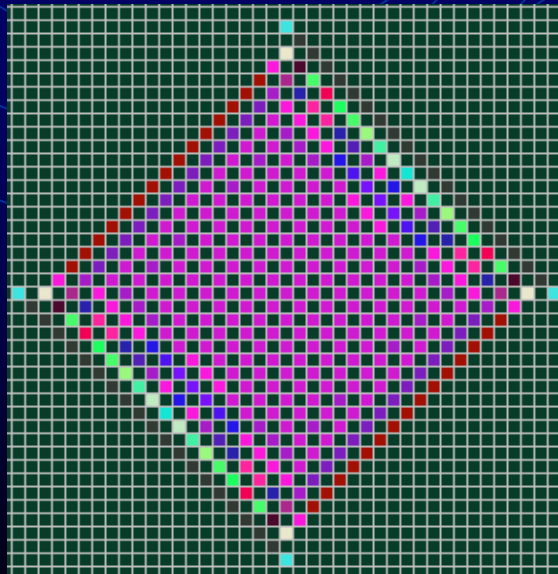
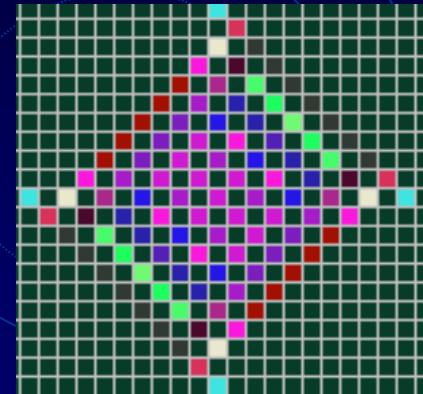
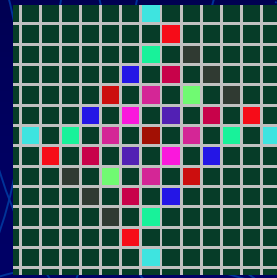
Континуальные автоматы с нечеткой Min-Max логикой

Функция номер 12345



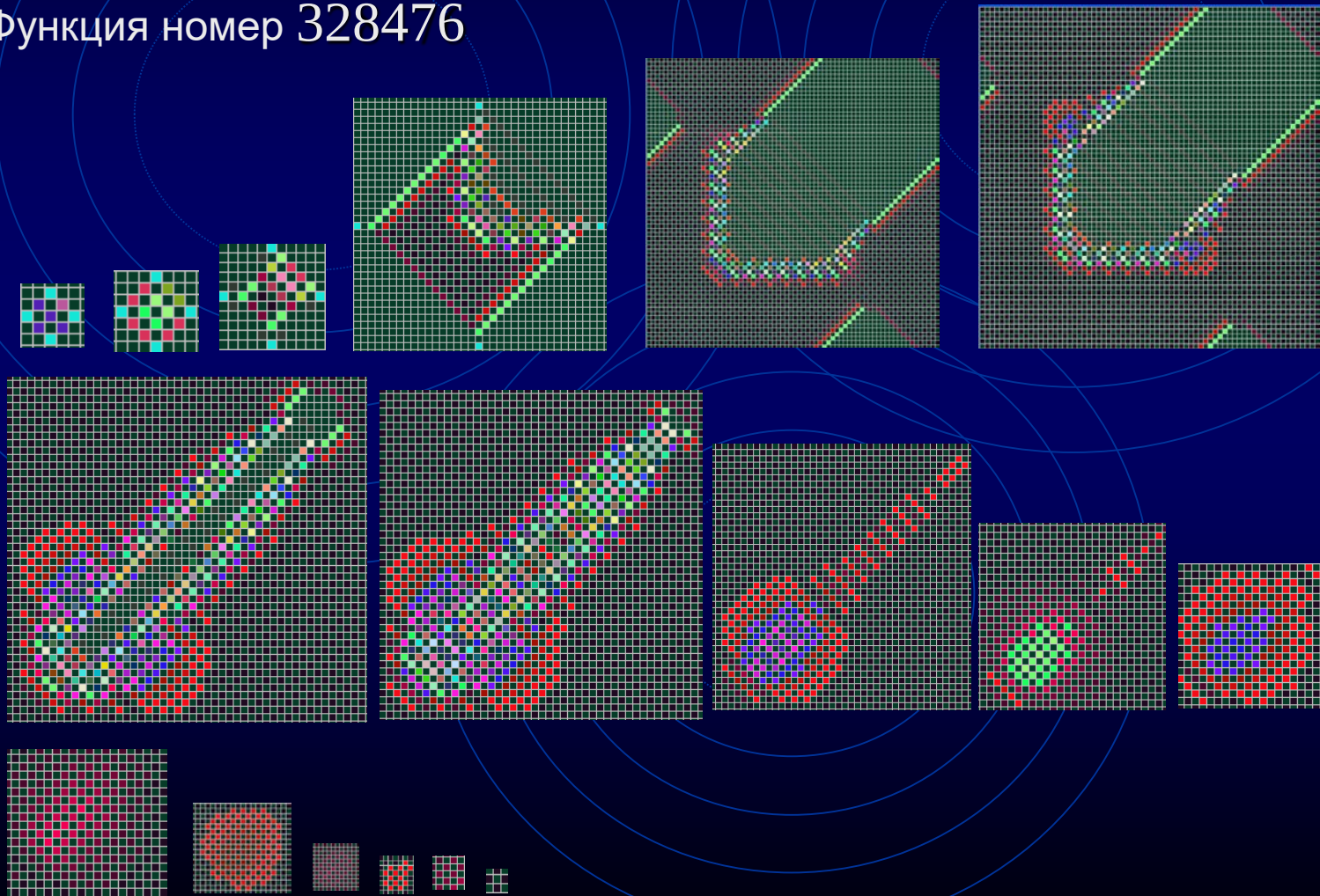
Континуальные автоматы с нечеткой Min-Max логикой

Функция номер 463284

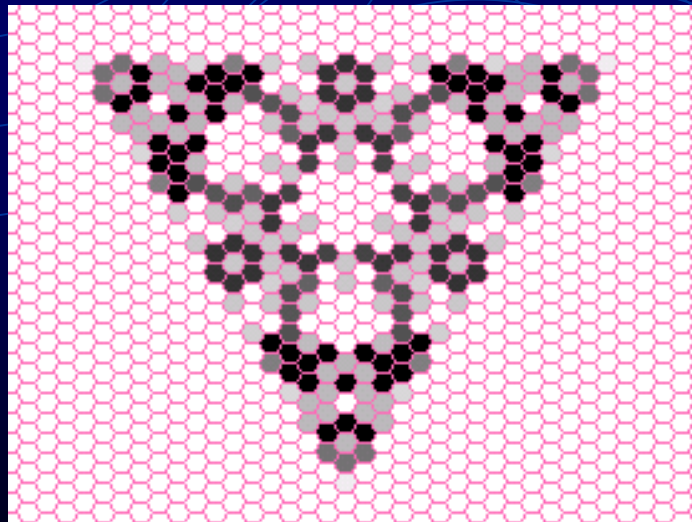
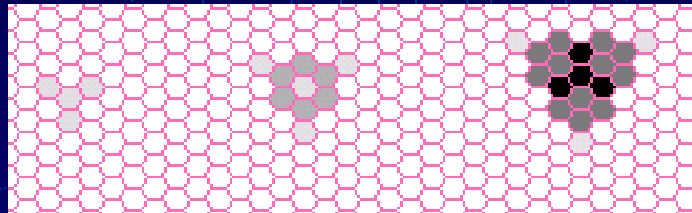


Континуальные автоматы с нечеткой Min-Max логикой

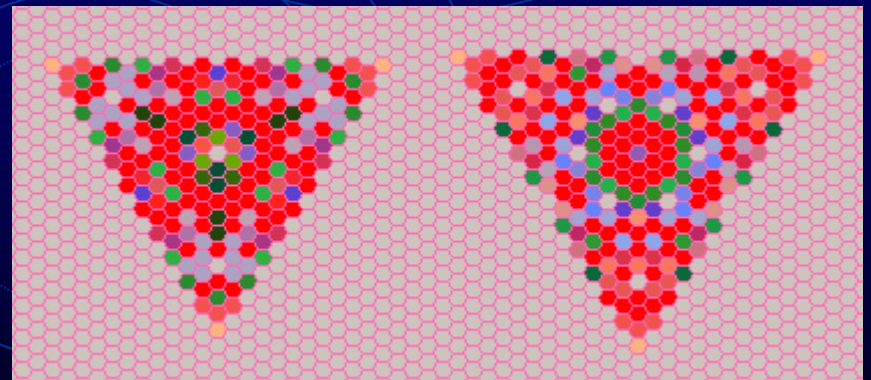
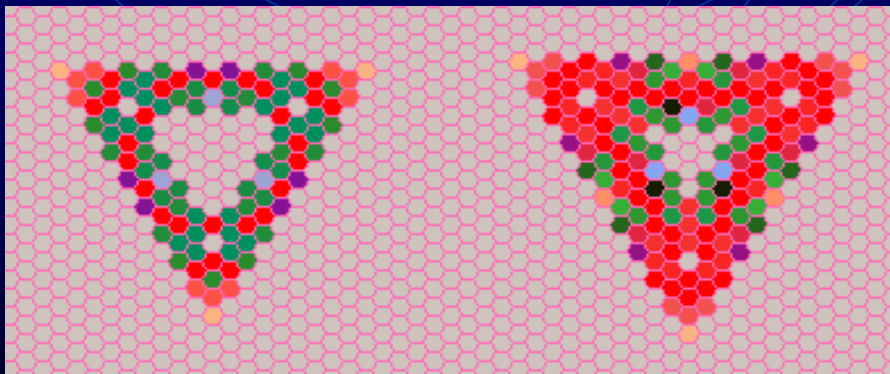
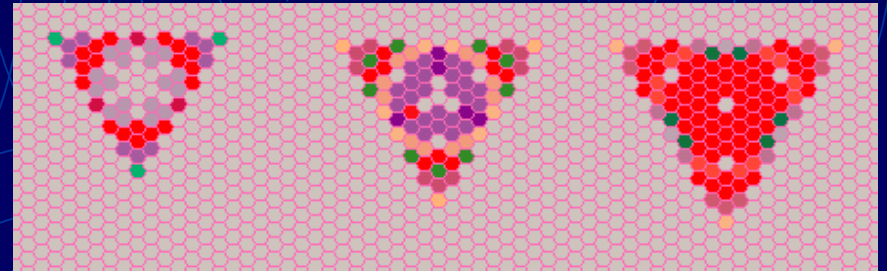
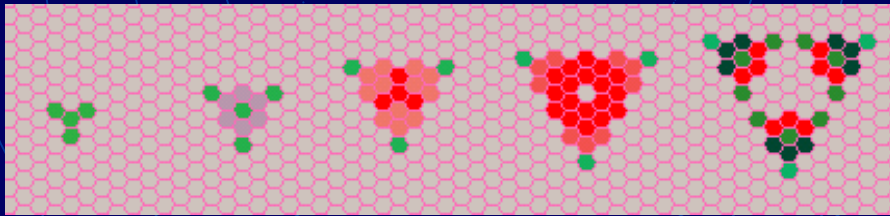
Функция номер 328476



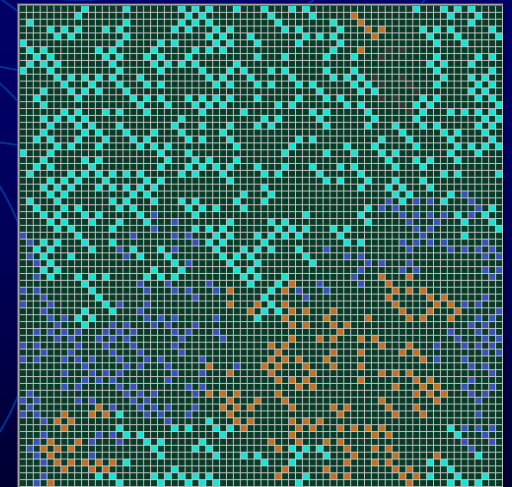
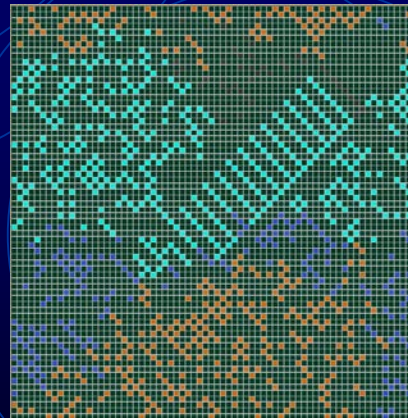
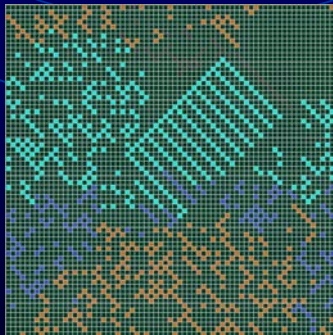
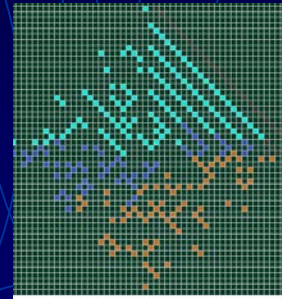
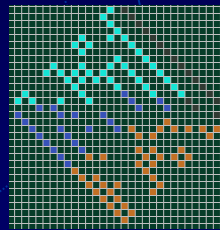
Континуальные автоматы с нечеткой р-логикой



Континуальные автоматы с нечеткой р-логикой



Континуальные автоматы с нечеткой логикой Геделя



Непрерывная квантовая логика

Квантовое отрицание

$$\bar{z} = \begin{cases} 1, & z = 0, \\ (1 \ominus z), & z \neq 0, \end{cases}$$

$$1 \ominus z = (|1 - z| \bmod 1) \cdot e^{-j \arg(1 - z) \bmod 2\pi}$$

$$\bar{z} = \begin{cases} 1, & z = 0, \\ 0, & z \neq 0. \end{cases}$$

$$\bar{z} = \begin{cases} 1, & z = 0, \\ (1 - |z|)e^{j(\pi + \varphi)} = (|z| - 1)e^{j\varphi}, & z \neq 0, \end{cases}$$

Непрерывная квантовая логика

Квантовая конъюнкция

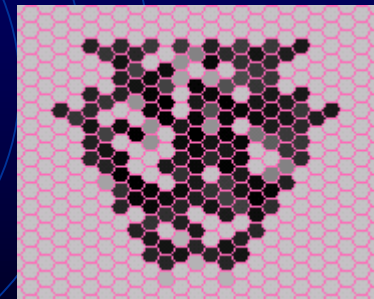
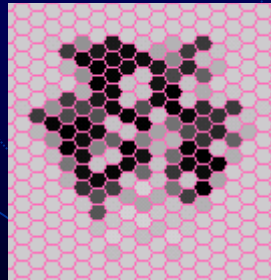
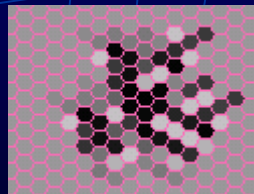
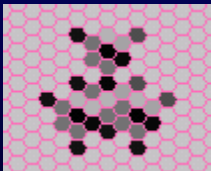
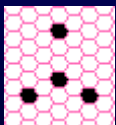
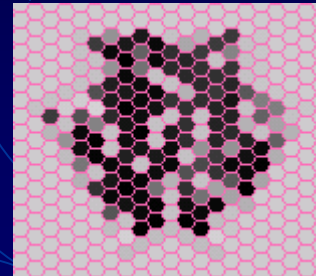
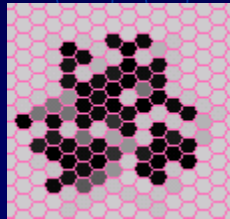
$$z_1 \wedge z_2 = \begin{cases} z_1 \cdot z_2 = (|z_1| \cdot |z_2|) e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \\ \left(\sqrt[p]{\max\{0, |z_1|^p + |z_2|^p - 1\}} \right) e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \\ \min_{|z|} \{|z_1|, |z_2|\} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \\ \min_{|z|} \{z_1, z_2\} \end{cases}$$

Непрерывная квантовая логика

Квантовая дизъюнкция

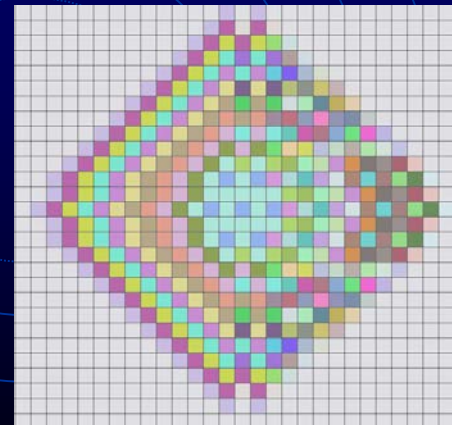
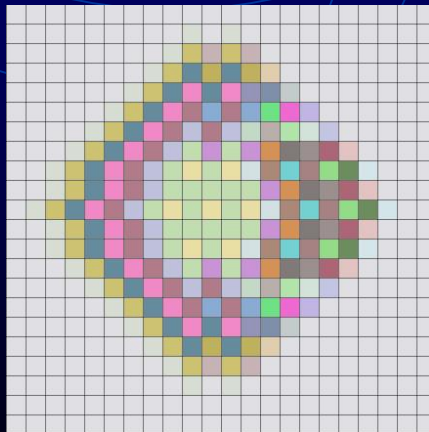
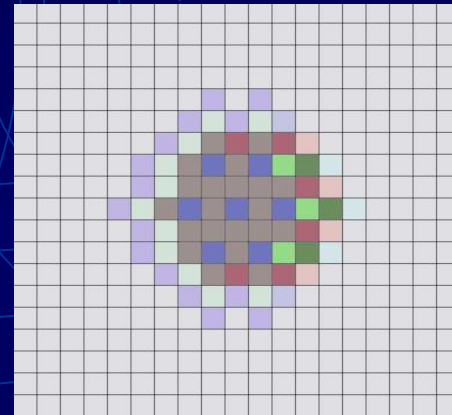
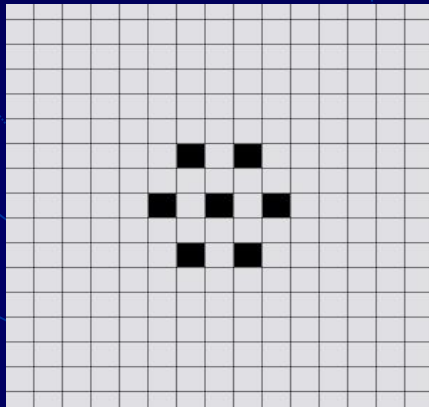
$$z_1 \vee z_2 = \begin{cases} \min_{|z|} \left\{ 1, \sqrt[p]{z_1^p + z_2^p} \right\}, \\ \max_{|z|} \{z_1, z_2\}, \\ \min_{|z|} \{1, z_1 + z_2\}, \\ z_1 \oplus z_2 \ominus z_1 z_2, \end{cases}$$

Континуальные автоматы с квантовой логикой



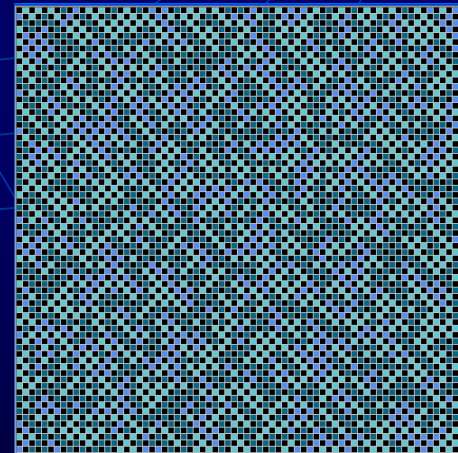
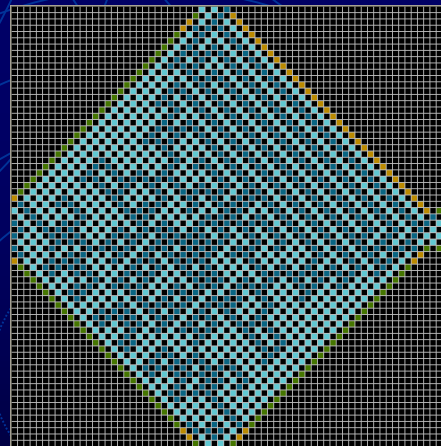
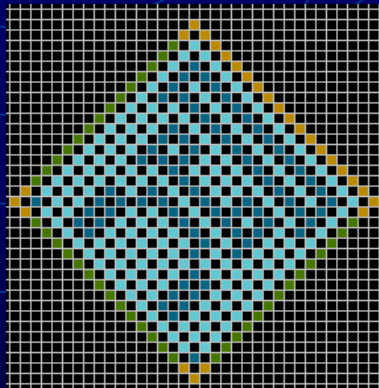
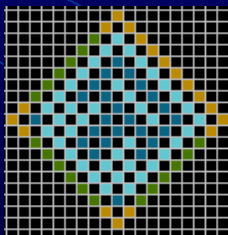
Континуальные автоматы с квантовой логикой

Функция номер 1234567



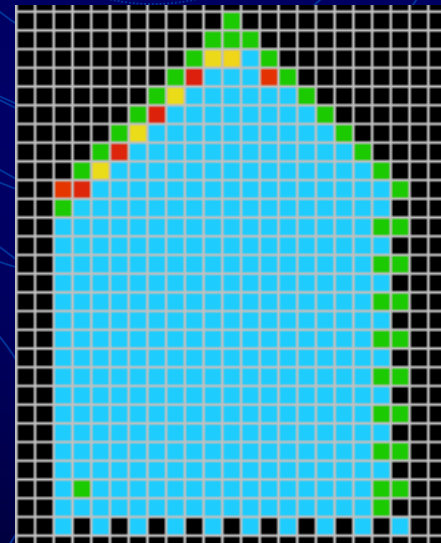
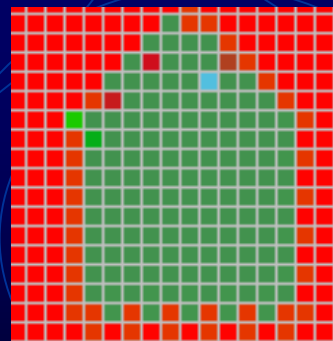
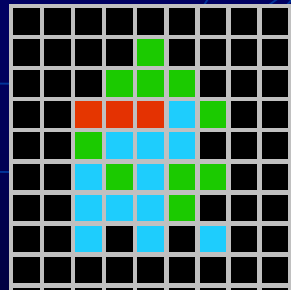
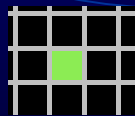
Континуальные автоматы с квантовой логикой

Функция номер 328476



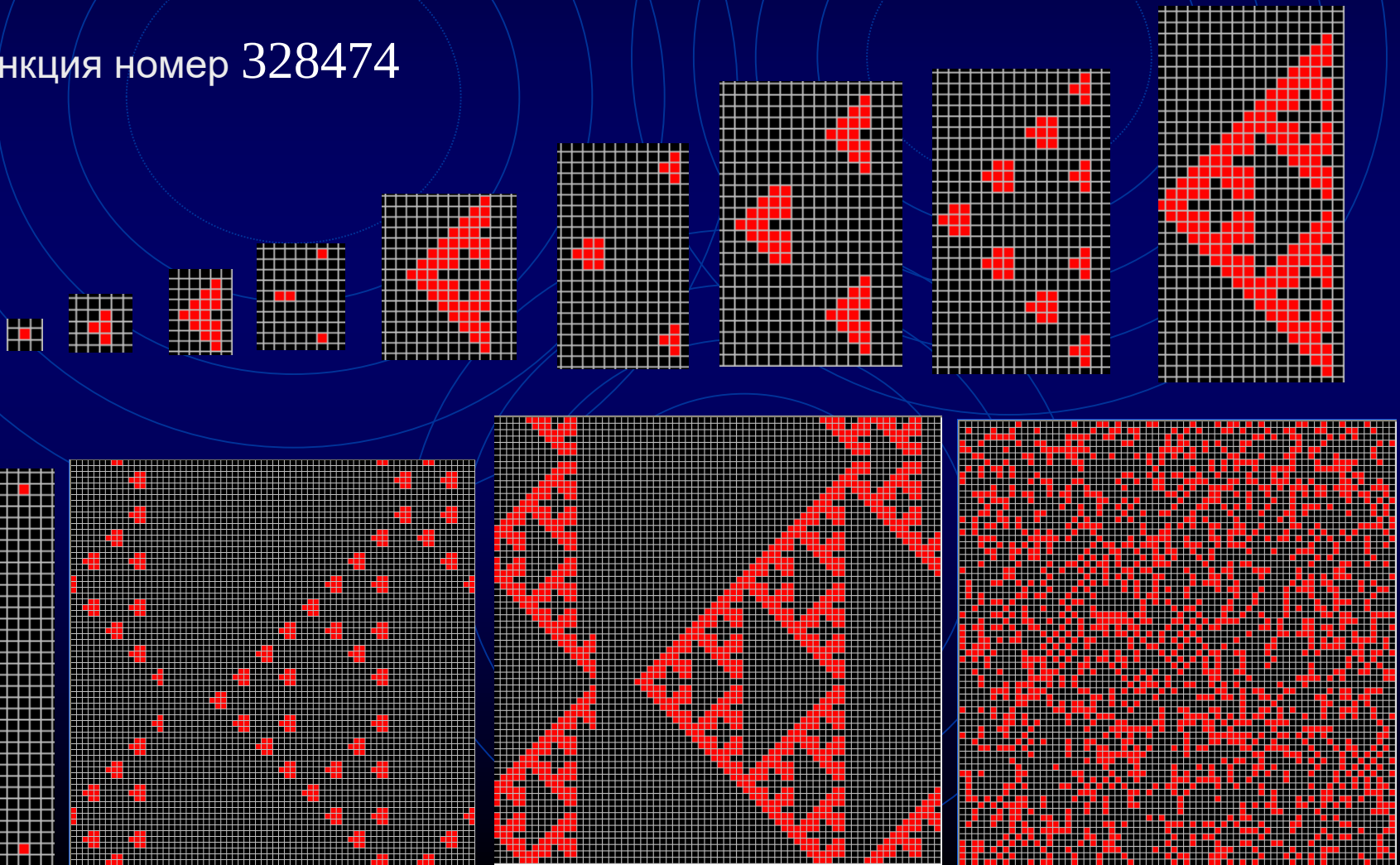
Континуальные автоматы с квантовой логикой

Функция номер 328476



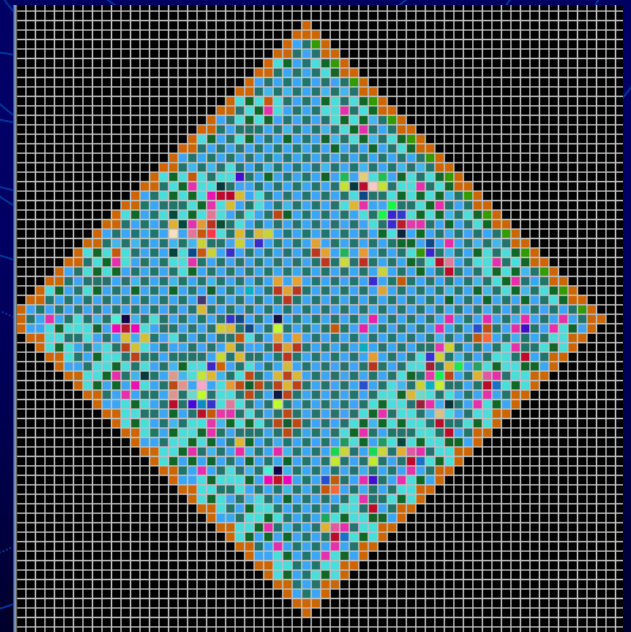
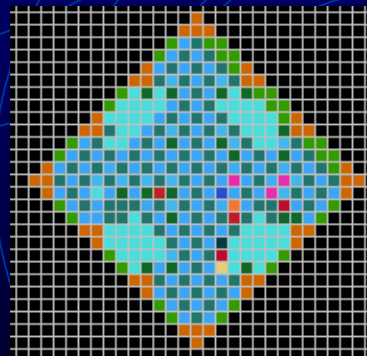
Континуальные автоматы с квантовой логикой

Функция номер 328474

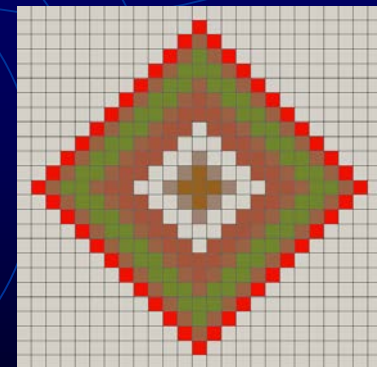
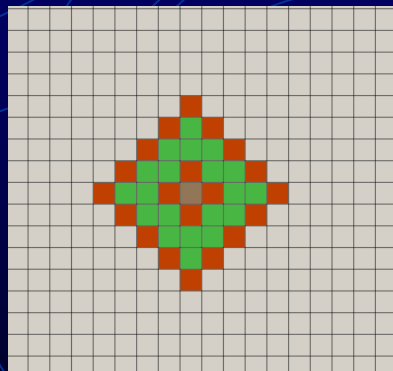
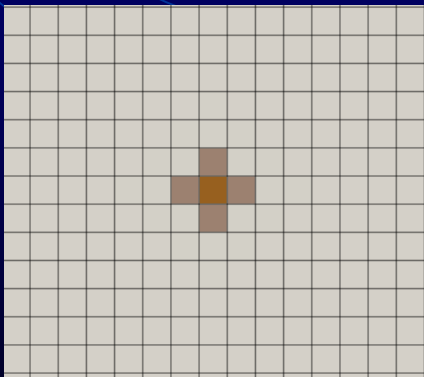
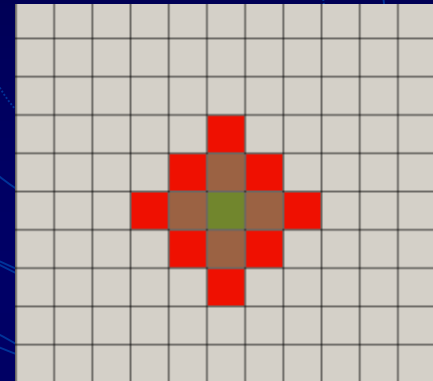
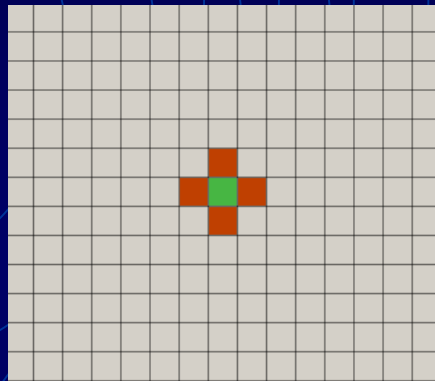
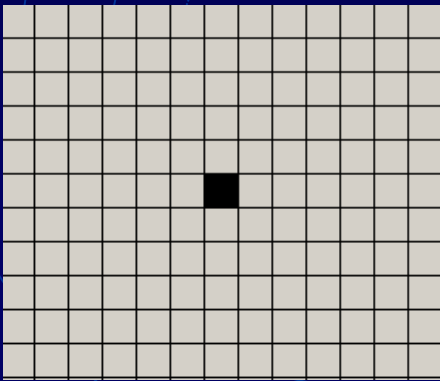


Континуальные автоматы с квантовой логикой

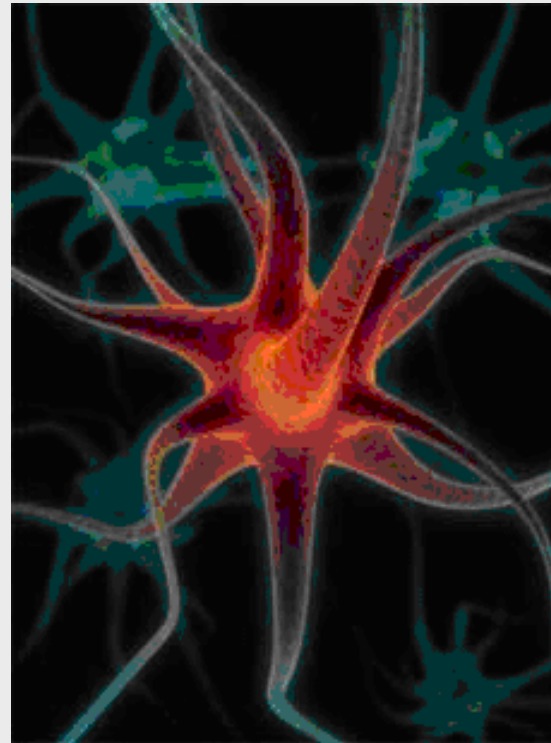
Функция номер 747454



Континуальные автоматы с квантовой логикой

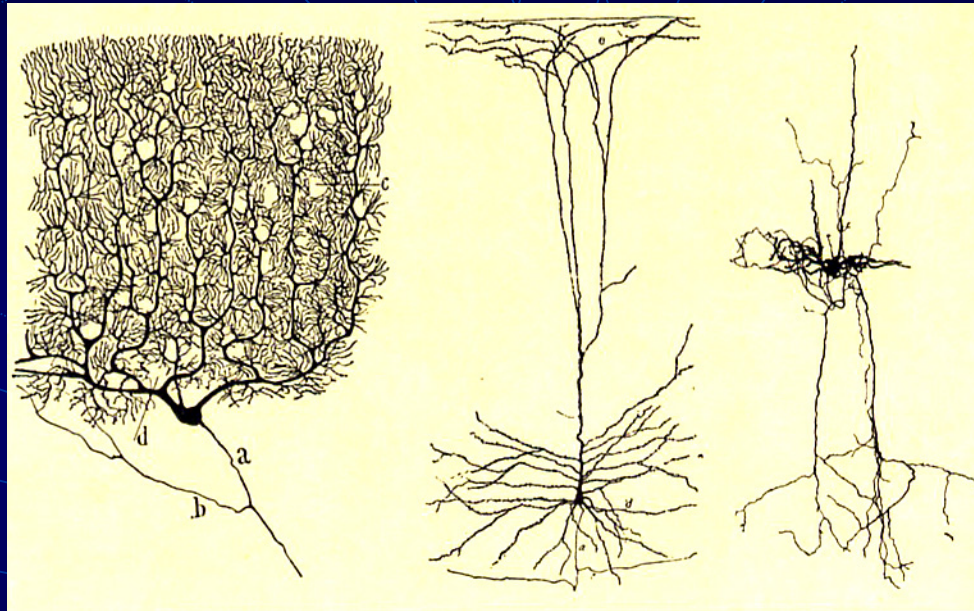


Биологические нейроны



Нейроны мозга человека

Типы нейронов

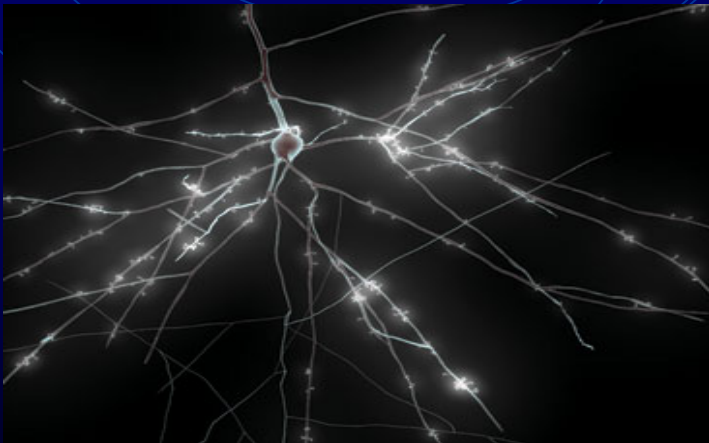
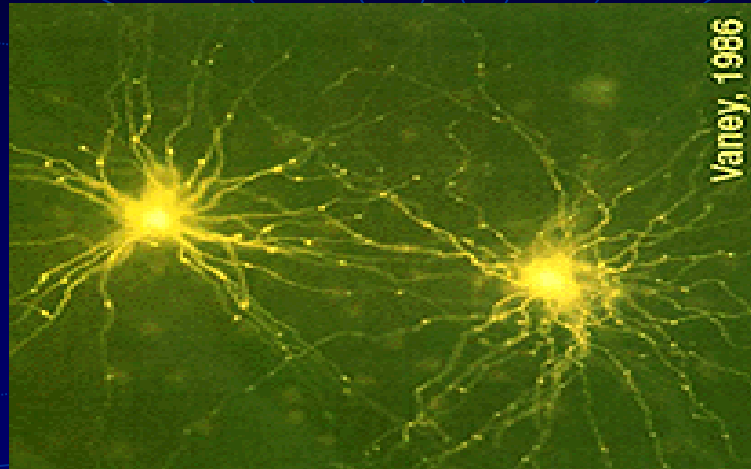


- a) Клетка Пуркинье в мозжечке.(Полная высота клетки с дендритным деревом составляет около 1мм.).
- b) Пирамидальный нейрон коры больших полушарий.
- c) Звездчатая клетка коры.

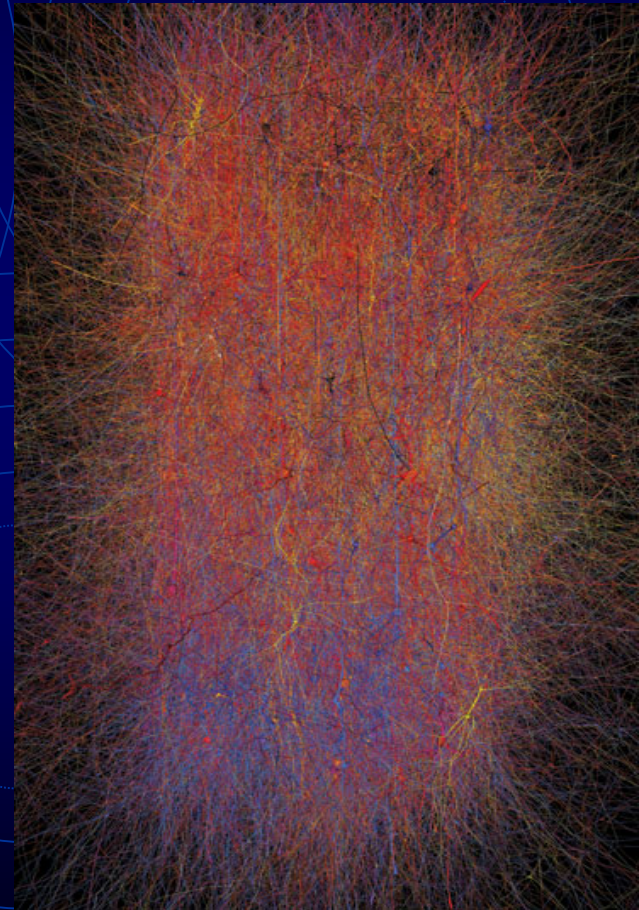
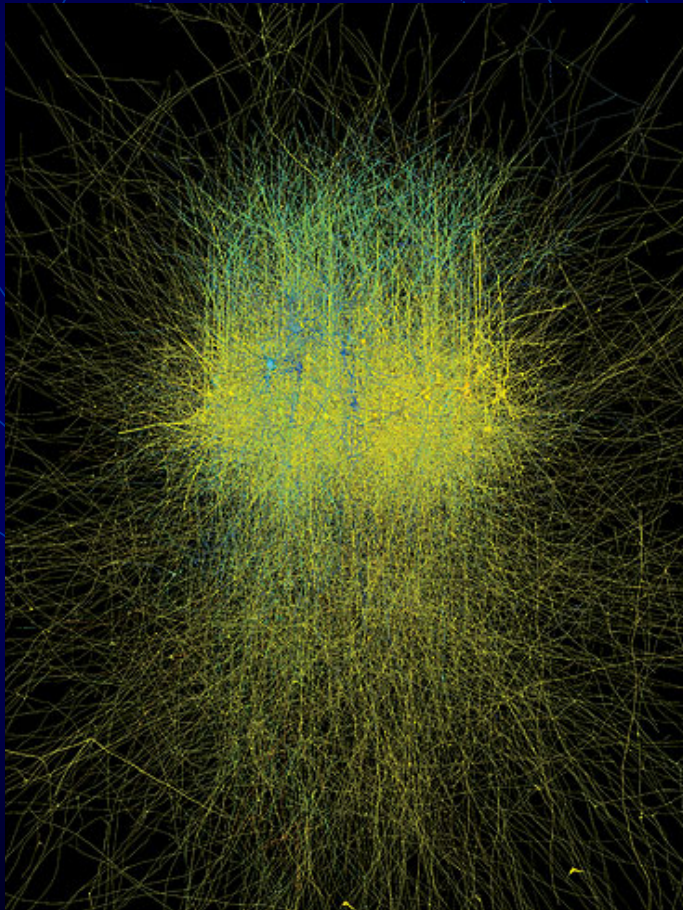
Связи нейронов



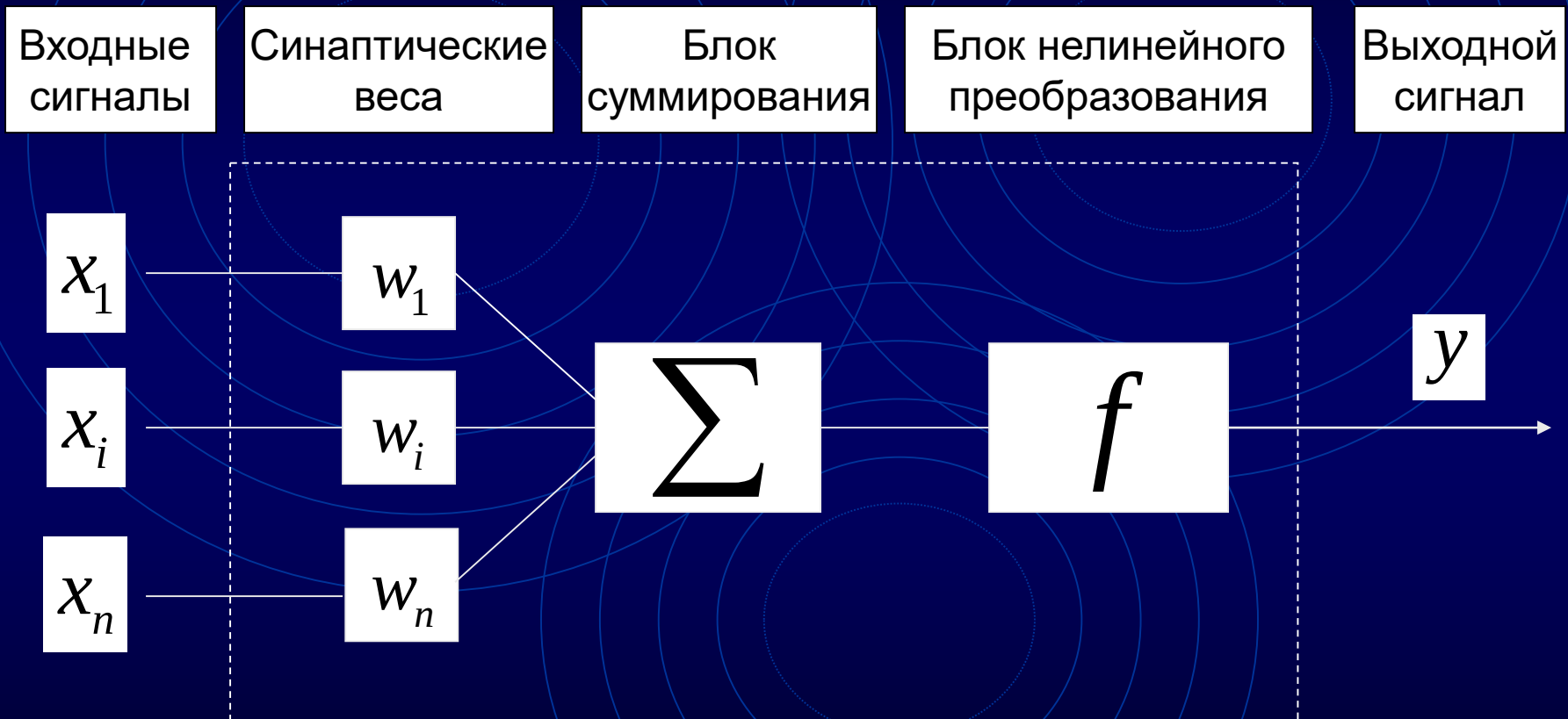
Нейронная сеть (2, 4 и 100 нейронов)



Нейронная сеть (10 000 и 50 000 нейронов)

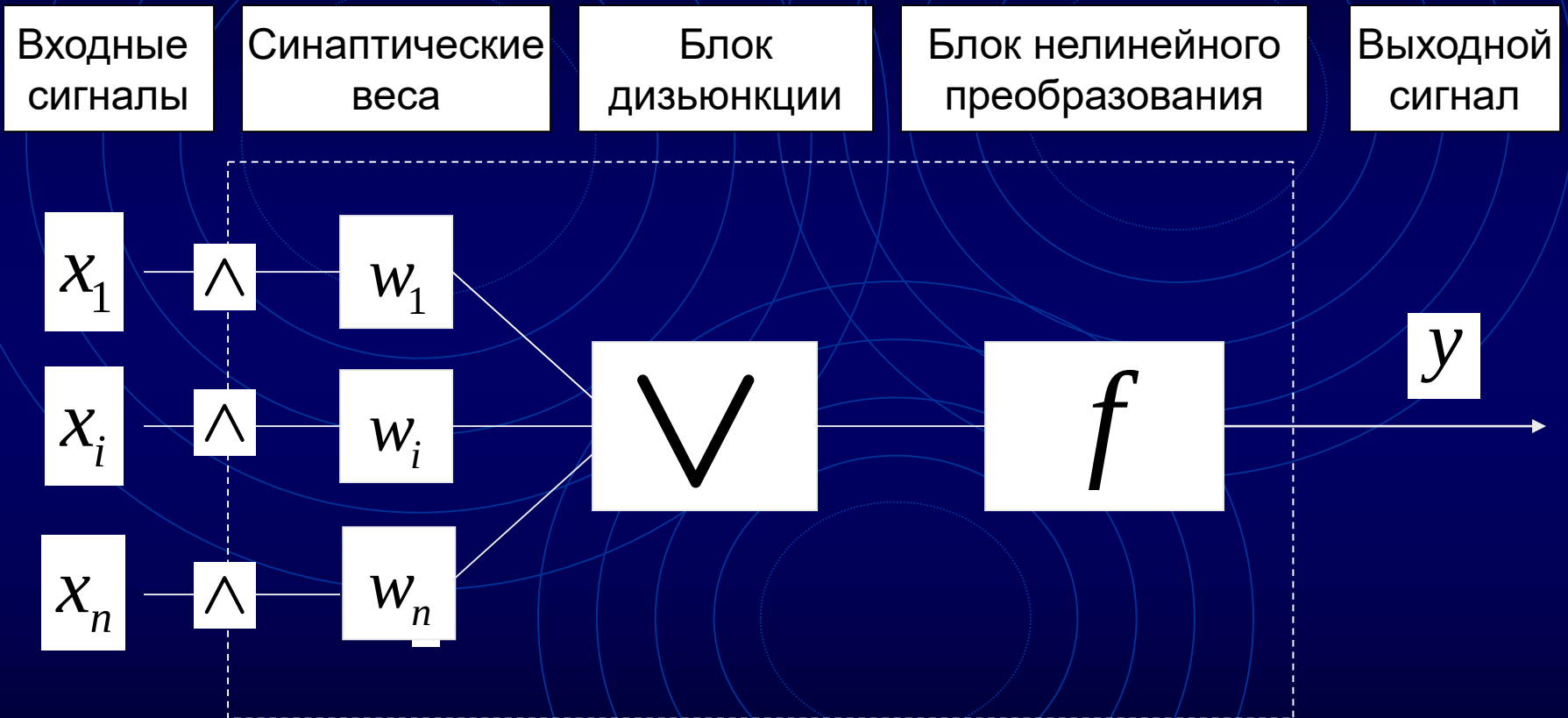


Формальный арифметический нейрон



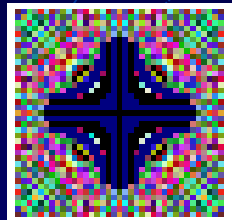
$$y(t+1) = f\left(\sum_{j=1}^n w_j x_j(t) - T\right)$$

Формальный логический нейрон

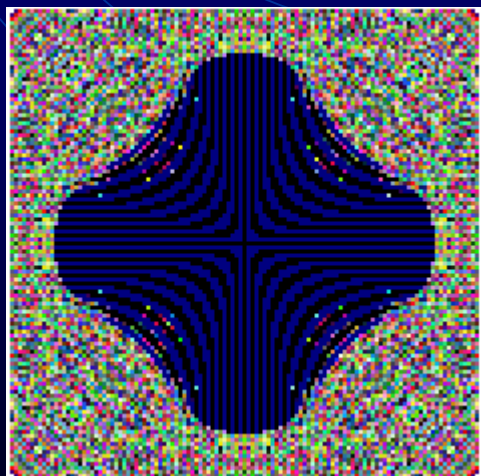


$$y(t+1) = f \left(\bigvee_{j=1}^n w_j \wedge x_j(t) \right)$$

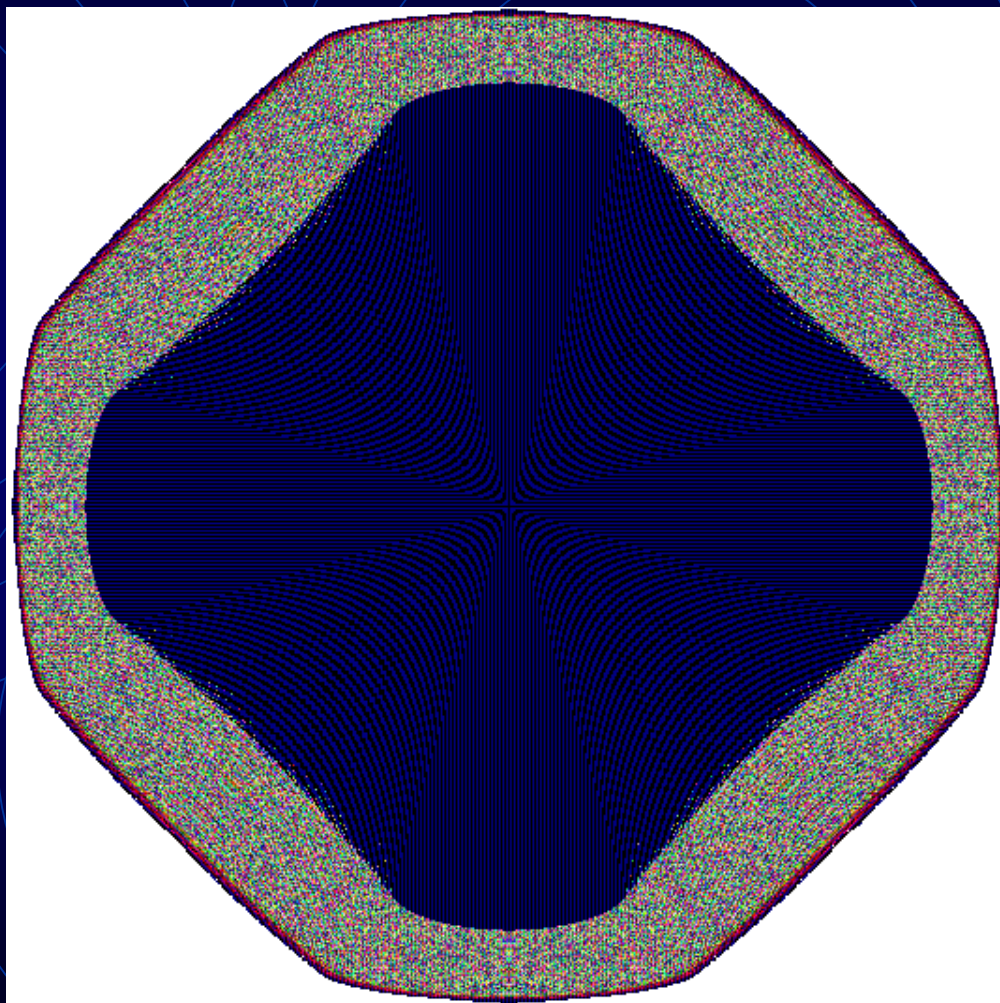
Клеточный автомат с арифметическим нейроном ($T=100$)



$t=20$



$t=60$

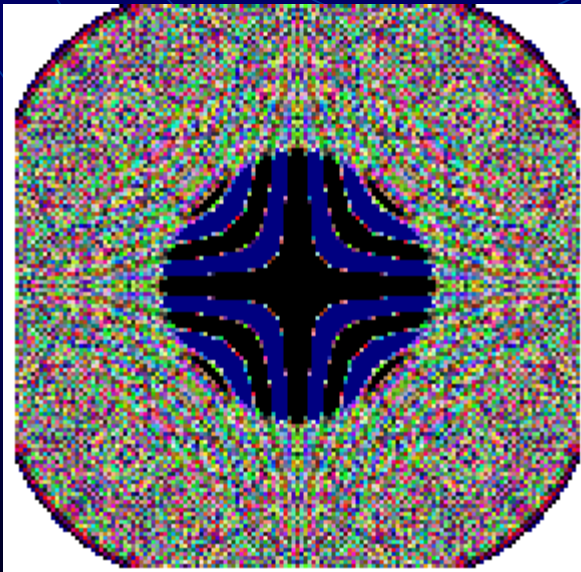


$t=260$

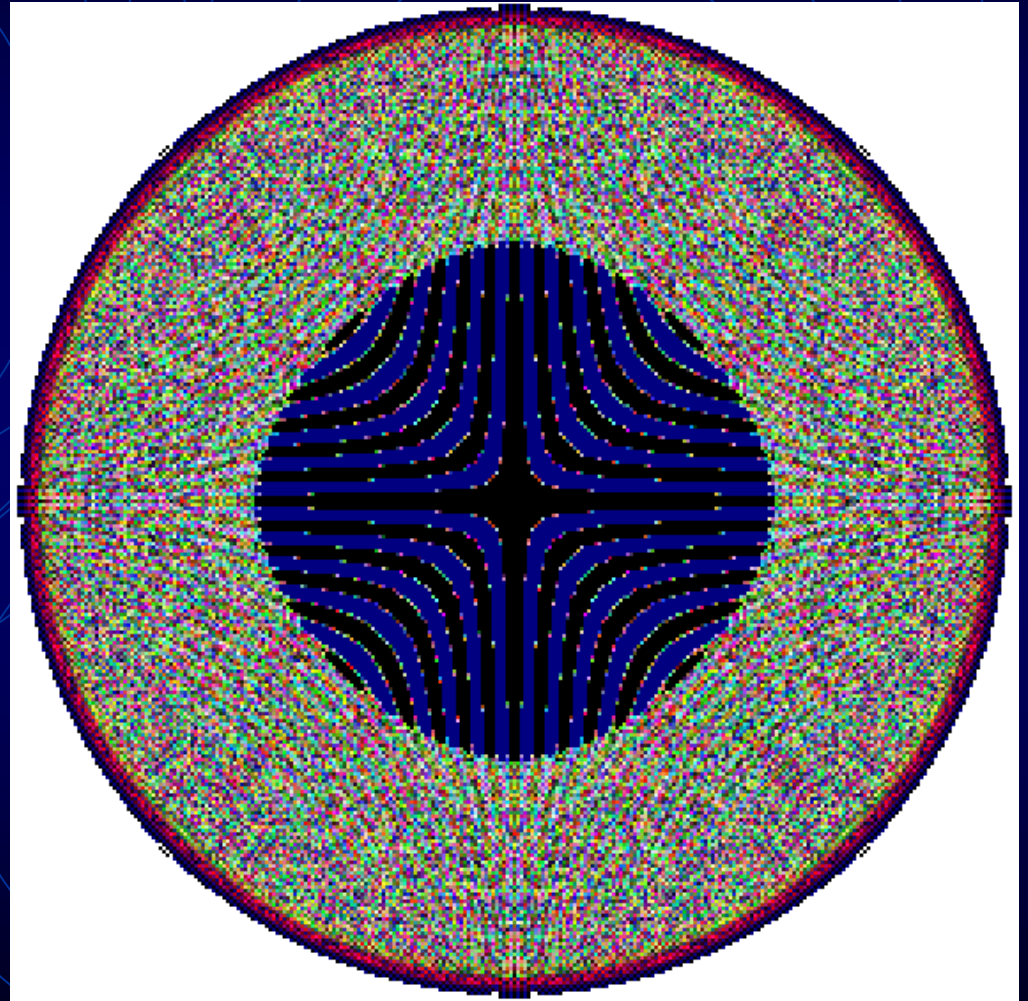
Клеточный автомат с арифметическим нейроном ($T=100$)



$t=20$



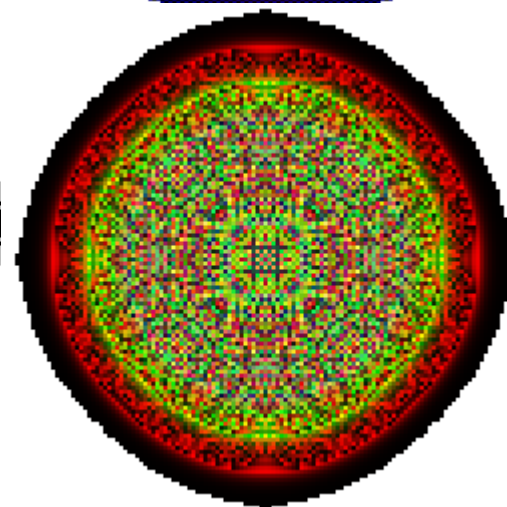
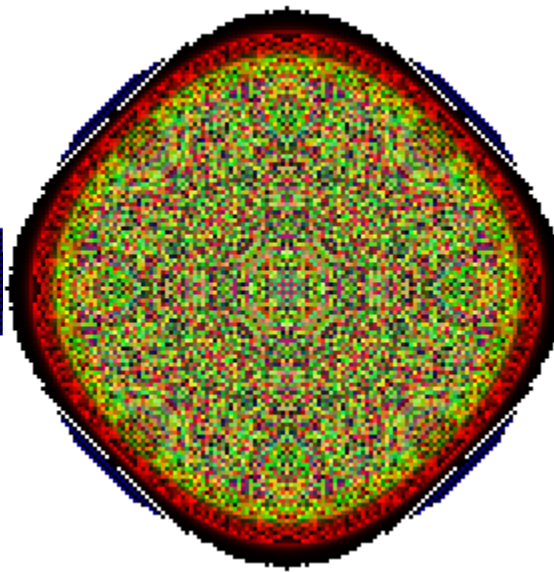
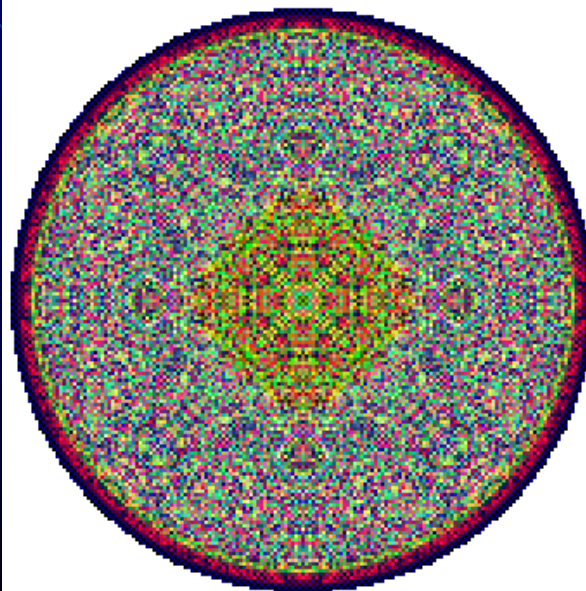
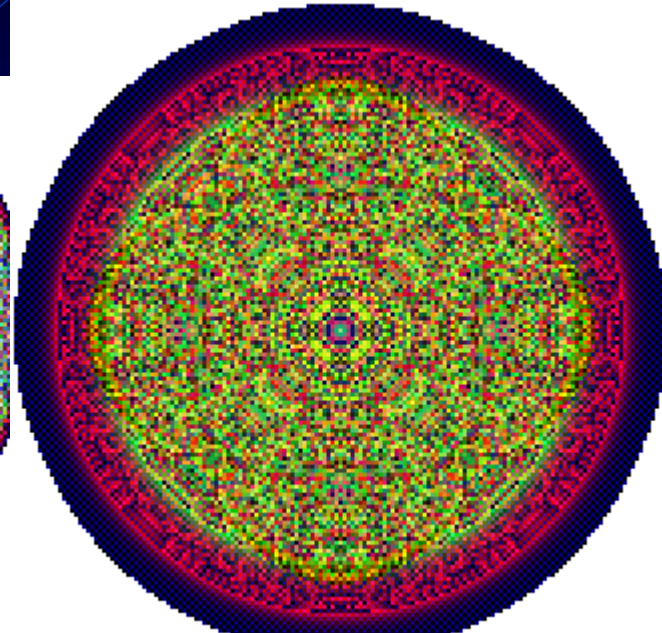
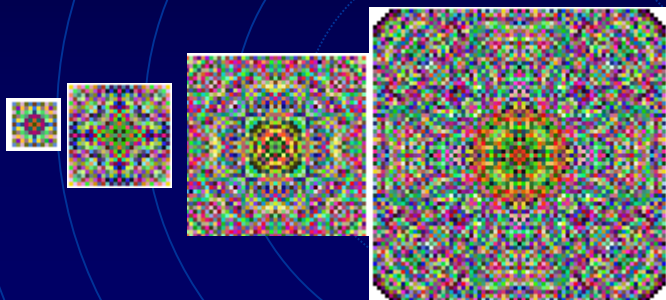
$t=80$



$t=140$

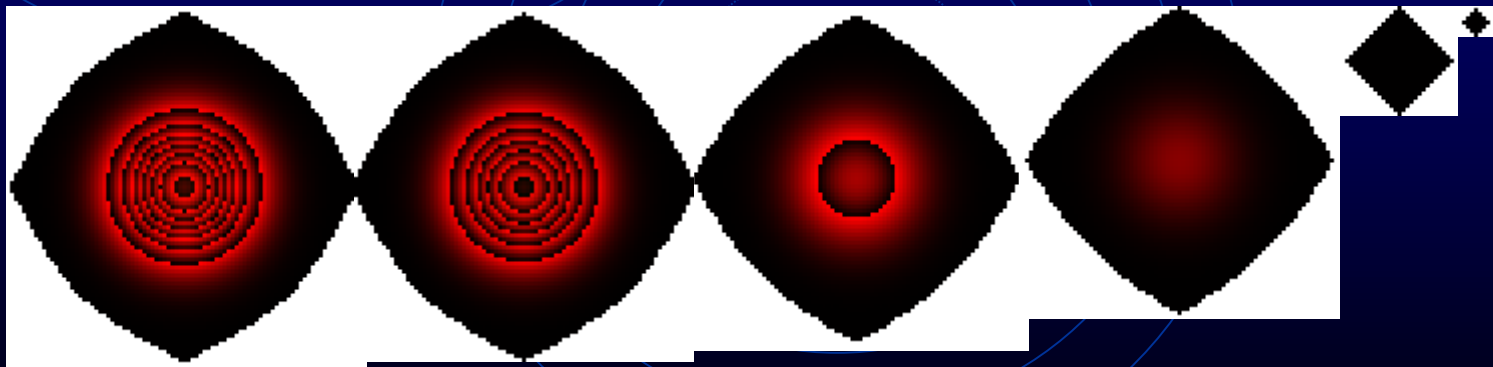
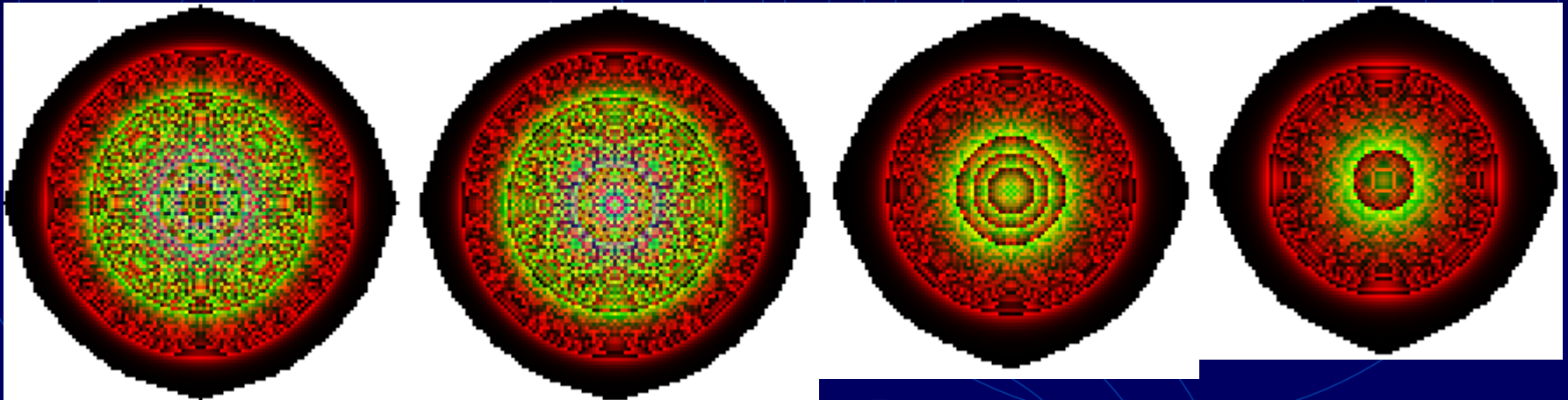
Клеточный автомат с $[0,1]$ -логическим нейроном

Первая половина жизни



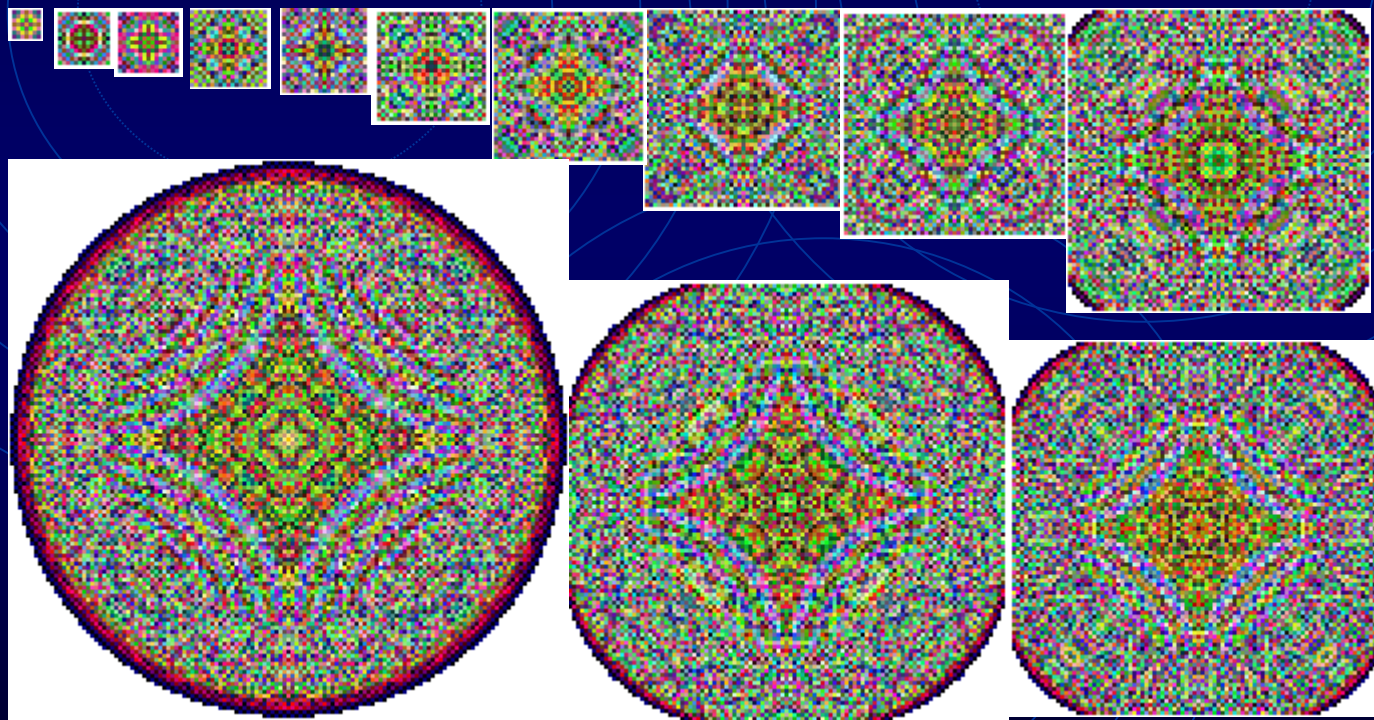
Клеточный автомат с $[0,1]$ -логическим нейроном

Вторая половина жизни



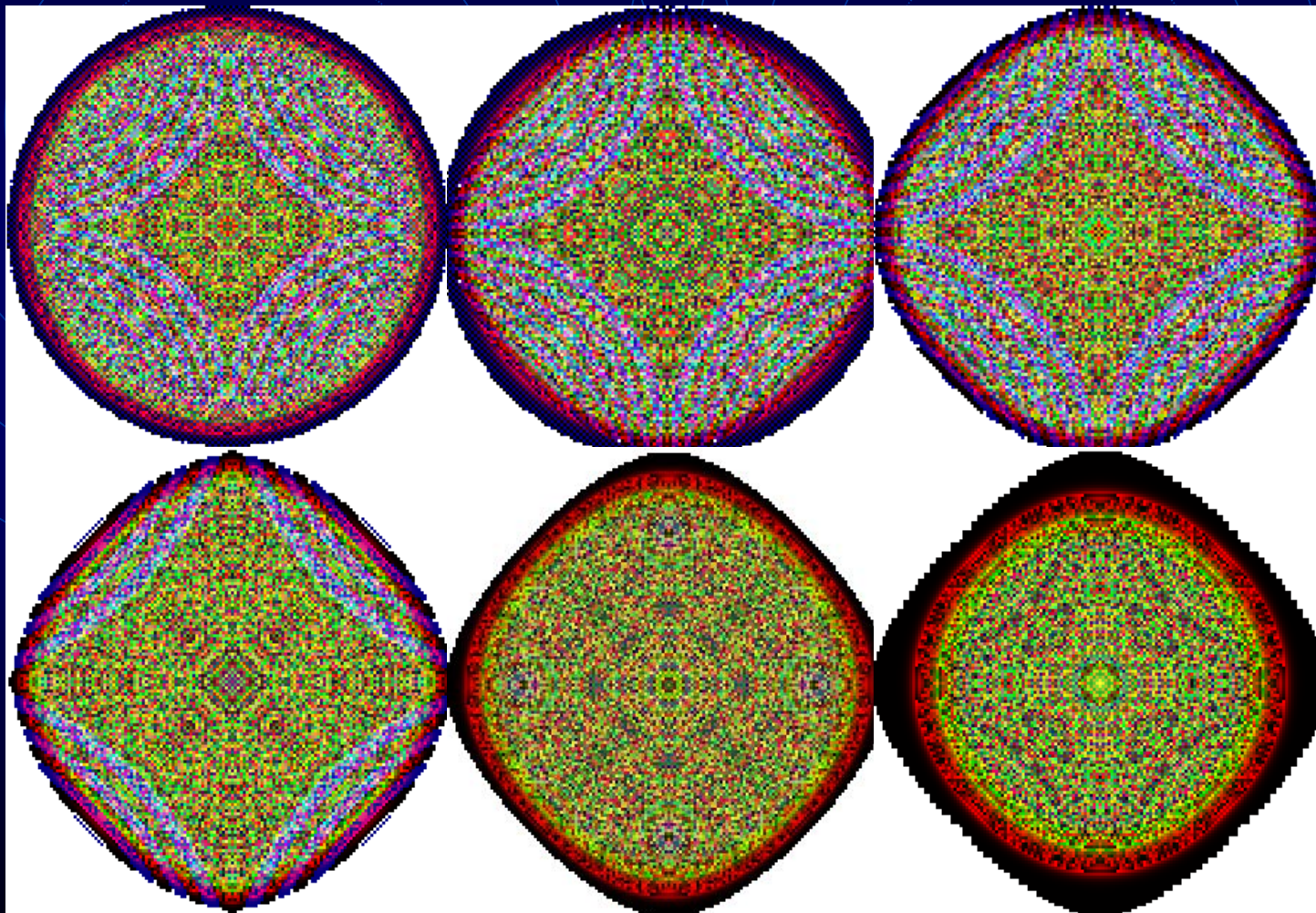
Клеточный автомат с квантовым логическим нейроном

Первая треть жизни (юность)



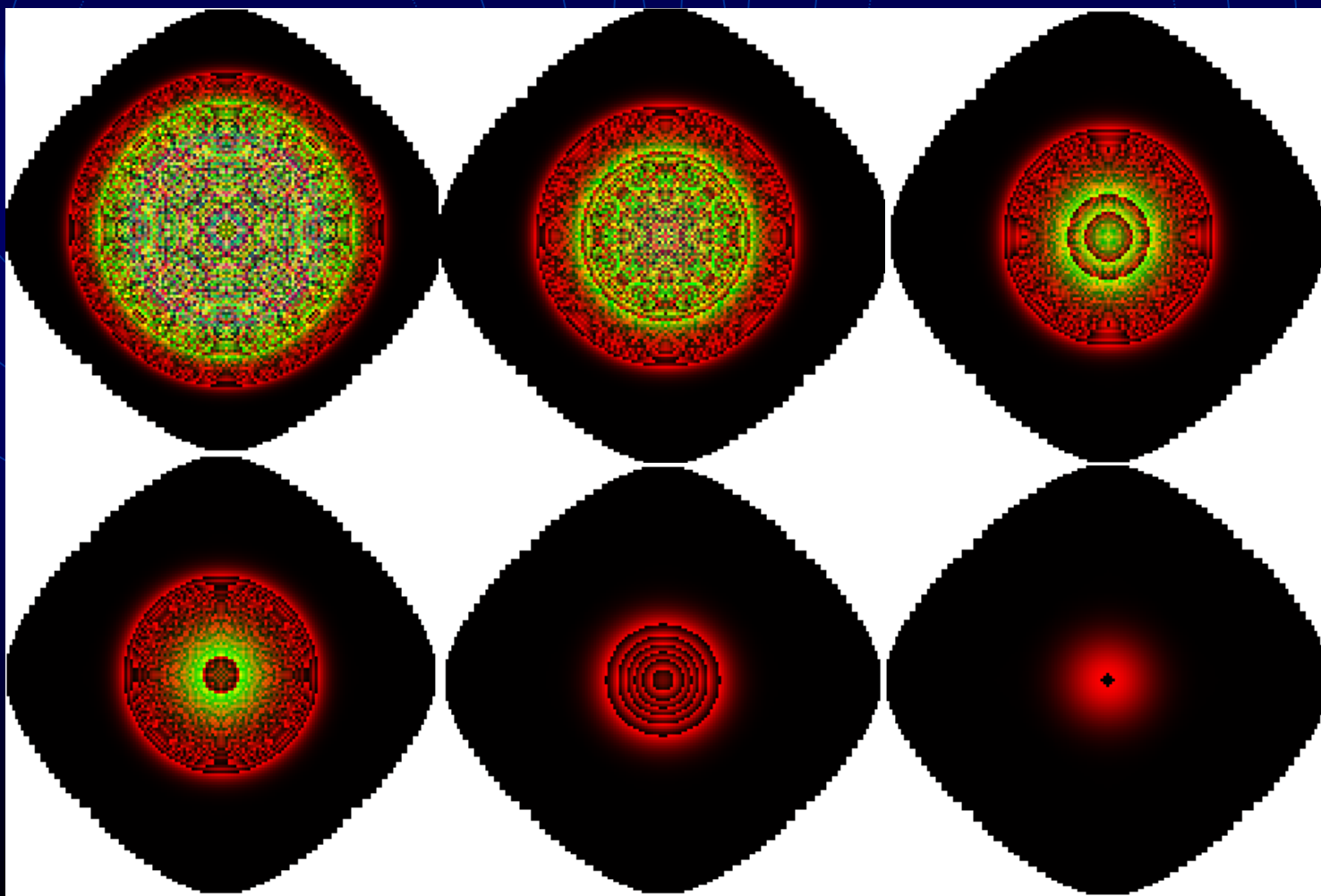
Клеточный автомат с квантовым логическим нейроном

Вторая треть жизни (зрелость)

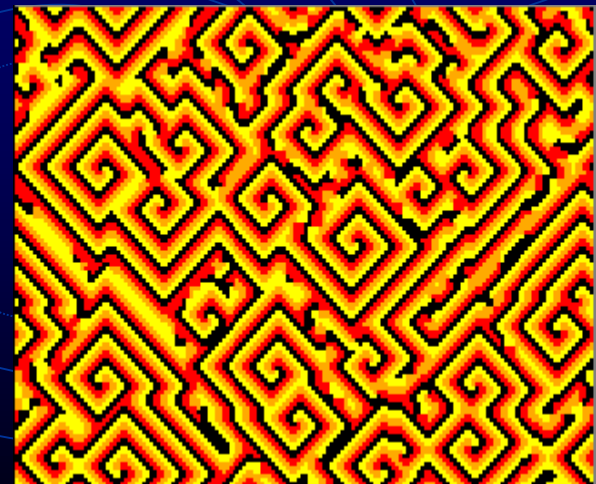
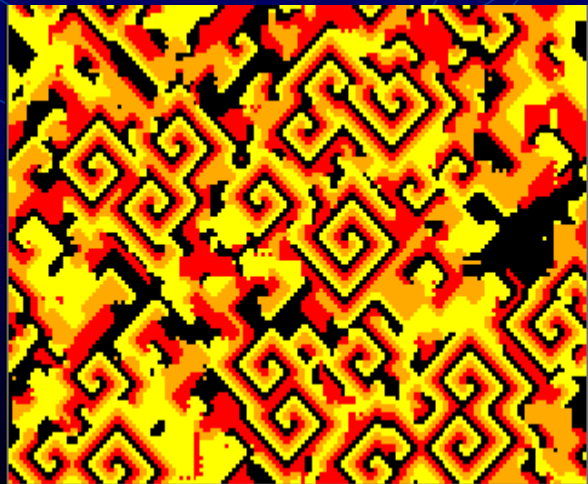
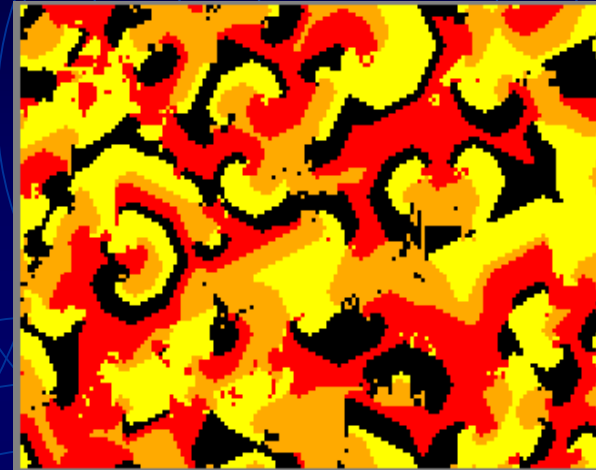
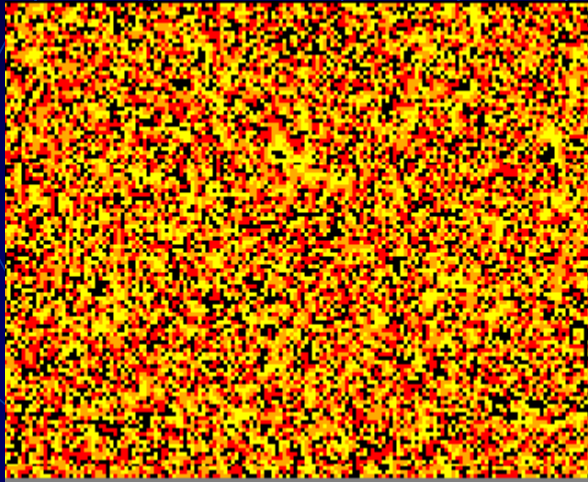


Клеточный автомат с квантовым логическим нейроном

Последняя треть жизни (старость)



Клеточный автомат с $[0,1]$ - Геделевским логическим нейроном



Вопросы

